جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم والتعليم الفنى
الإدارة المركزية لشئون الكتب

الرِّيَاضِيَّـــاتُ

الصف الأول الإعدادي

الفصل الدراسي الثاني

تأليف

جمـــال فتحـي عبـــد الســـتار

مراجعة

أ/فتحى أحمد شحاته

أ/سمير محمد سعداوى

اشراف علمى
مستشار الرياضيات
تحرير واخراج مركز تطوير المناهج

طبعة ٢٠٢٠-٢٠٢١ م

مقدمة

يسعدنا أن نقدم كتاب الرياضيات لأبنائنا وبناتنا تلاميذ الصف الأول الإعدادي على أمل أن يكون محققا لما سعينا من أجله من سهولة المعلومات ووضوح الأسلوب وتحقيق الهدف بإعداد جيل قادر على التفكير العلمي والابتكار. إن طموحات العقل الإنساني وتطلعاته قد جاوزت حدود الأرض لتخترق آفاق الفضاء الخارجي فتنقل إلينا الأقمار الصناعية وشبكات المعلومات أحدث ما يدور فيه صباحاً ومساءاً، وبفضل التقدم التكنولوجي أصبحت مصادر التعلم كثيرة ومتنوعة ووسائط المعرفة أكثر عددًا وأكبر تنوعًا والوسائل المعينة في التدريس أكبر أثرًا وأكثر تعقيدًا وأعلى قيمة.

لم تكن جمهورية مصر العربية بحضارتها لتتخلف عن مواكبة ما يشهده العالم من تقدم سريع في اكتشافات العلم والتطور الهائل في تكنولوجيا التعلم فلعلك تتابع ما يحدث في تعليمنا من تطوير وما أدخل إلى مدارسنا من وسائط تعليمية متطورة.

وقد روعي في تأليف هذا الكتاب

- لما كانت دراسة الأعداد الصحيحة غير كافية لحل المشكلات الواقعية لذا كان لا بد من أن نتعرف على الرياضيات التي تستخدم الرموز بدلاً من الأعداد لحل مثل هذه المشكلات.
- استخدام الصور والأشكال وتوظيف الألوان في توضيح المفاهيم الرياضية وخواص الأشكال.
- التكامل والربط بين الرياضيات والمواد الدراسية الأخرى.
- تصميم المواقف التعليمية بما يساعد على ممارسة استراتيجيات التعلم النشط ومهارات حل المشكلات.
- عرض الدروس بحيث يصل التلميذ بنفسه إلى المعلومات.
- تضمين الكتاب قضايا واقعية وأنشطة ومواقف تعليمية مرتبطة بمشكلات البيئة والصحة والسكان إضافة إلى قضايا تنمية القيم مثل حقوق الإنسان والمساواة والعدالة وتنمية مفاهيم الانتماء إلى الوطن.
- توظيف الأساليب التكنولوجية .
- وفى الجزء الخاص بالأنشطة والتدريبات:
- يوجد أسئلة تقويمية على كل درس ، ونشاط خاص بالوحدة ، وأختبار فى نهاية كل وحدة ، وفى نهاية الفصل الدراسى يوجد تمارين عامة ونماذج امتحانات تساعد على مراجعة المقرر كاملًا .

وقد اشتمل هذا الكتاب على ثلاث وحدات.

الوحدة الأولى: الأعداد و الجبر وتهدف إلى استخدام قوانين الأسس وإيجاد الجذر التربيعي لعدد نسبي موجب. وتعرض مفهوم المتغير والثابت وحل معادلات ومتباينات من الدرجة الأولى في متغير واحد

الوحدة الثانية :الإحصاء والاحتمال – وتهدف إلى تقدير أهمية الإحصاء والاحتمال في التنبؤ بأحداث مستقبلية.

الوحدة الثالثة : الهندسة والقياس – وتدور حول إجراء تحويلات هندسية (الانعكاس – الانتقال – الدوران) لبعض الأشكال الهندسية، إثبات بالبرهان نظريات وقوانين تتعلق بالمثلثات والأشكال الرباعية.

وقد روعي في شرح موضوعات الكتاب تبسيط المعلومة إلى أقصى قدر مستطاع مع تنوع التمارين وإعطاء الدارسين الفرصة للتفكير والابتكار.

المؤلف

الرموز الرياضية المستخدمة

لكل رمز من الرموز الرياضية الآتية مدلوله وكيفية توظيفه

الرمز	يُقْرَأُ
س = { .... ، .... ، .... }	المجموعة س تساوي
∅ أو { }	فاي (المجموعة الخالية التي لا تحتوي على أي عنصر)
∋	عنصر من أو ينتمي إلى
∌	ليس عنصرا في أو لا ينتمي إلى
⊃	محتواة في أو جزئية من
⊅	غير محتواة في أو ليست جزئية من
س ∩ ص = {أ : أ ∋ س و أ ∋ ص }	تقاطع المجموعتين س و ص هي المجموعة التي تشمل كل العناصر الموجودة في المجموعتين معا
س ∪ ص = {أ : أ ∋ س أو أ ∋ ص }	اتحاد المجموعتين س و ص هو المجموعة التي تشمل كل العناصر الموجودة في المجموعتين أو كلتيهما.
ط	مجموعة الأعداد الطبيعية { ٠ ، ١ ، ٢ ، ... }
ص	مجموعة الأعداد الصحيحة { ... ، ٢ ، ١ ، ٠ ، −١ ، −٢ ، ... }
$ص_+$	مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة {١ ، ٢ ، ٣ ، ...}
$ص_-$	مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة {−١ ، −٢ ، −٣ ، ...}
≥	أقل من أو يساوي
≤	أكبر من أو يساوي

الرمز	يُقْرَأُ
≠	لا تساوي
| أ |	القيمة المطلقة للعدد أ
(أ ، ب)	الزوج المرتب أ ، ب
أ × أ × ... إلى ن من العوامل = أ^{ن}	القوة النونية للعدد أ وتقرأ «أ أس ن»
$\sqrt{أ}$	الجذر التربيعي للعدد أ
//	يوازي
⊥	عمودي على
Δ	مثلث
∵	بما أن
∴	إذن
∟	زاوية قائمة
$\overline{\text{أ ب}}$	القطعة المستقيمة أ ب
$\overleftarrow{\text{أ ب}}$	الشعاع أ ب
$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$	الخط المستقيم أ ب
∠	زاوية
≡	تطابق

المحتويات

الْوَحْدَةُ الْأُولى : الْأَعْـدَادُ والجبر

الْوَحْدَةُ الثانيةُ :الإِحْصَاءُ وَالإِحْتِمَالُ

الْوَحْدَةُ الثالثةُ :الْهَنْدَسَـةُ والْقِياسُ

الوحدة الأولى

الأعـــداد والجبـــر



غياث الدين بن مسعود الكاشي
(١٣٨٠ م / ١٤٣٦ م)

الْكَاشِـيُّ هُـوَ الَّذِي ابْتَكَرَ الْكَسْـرَ الْعَشْـرِيَّ كَمَـا وَضَعَ قَانُونًـا خَاصًّـا بِمَجْمُوعِ الأَعْـدَادِ الطَّبِيعِيَّـةِ الْمَرْفُوعَةِ إِلَى الْقُوَّةِ الرَّابِعَةِ. كَمَا تَوَصَّلَ إِلَى نِسْـبَةٍ غَايَةٍ فِى الدِّقَّةِ لِلنِّسْبَةِ التَّقْرِيبِيَّـةِ «ط» تَـكَادُ تُعَادِلُ مَـا تَوَصَّلْنَا إِلَيْهِ بِاسْـتِخْدَامِ الْحَاسِبَاتِ الْعِلْمِيَّةِ.

محتويات الوحدة

الضَّرْبُ الْمُتَكَرِّرُ فى ن

أَكْمِلْ:

$(\frac{١}{٢})^{١} = \frac{١}{٢}$

$(\frac{١}{٢})^{٣} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{١ \times ١ \times ١}{٢ \times ٢ \times ٢} = \frac{١^{٣}}{٢^{٣}}$

$(\frac{١}{٢})^{٢} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{١ \times ١}{٢ \times ٢} = \frac{١^{٢}}{٢^{٢}}$

$(\frac{١}{٢})^{٤} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{١ \times ١ \times ١ \times ١}{٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢} = \frac{١^{٤}}{٢^{٤}}$

إِذَا كَانَ $\frac{أ}{ب}$ عَدَدًا نِسْبِيًّا ، ن عَدَدًا صَحِيحًا مُوجَبًا فَإِنَّ:

- $(\frac{أ}{ب})^{ن} = \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} \times \frac{أ}{ب} \times \dots \times \frac{أ}{ب}$ حَيْثُ $\frac{أ}{ب}$ مُكَرَّرٌ كَعَامِلٍ ن مِنَ الْمَرَّاتِ، وَيُقْرَأُ « $\frac{أ}{ب}$ أُسُّ ن أَوِ الْقُوَّةُ النُّونِيَّةُ لِلْعَدَدِ $\frac{أ}{ب}$ ».
- $(\frac{أ}{ب})^{ن} = \frac{أ^{ن}}{ب^{ن}}$
- $(\frac{أ}{ب})^{صفر} = ١$ حَيْثُ أ ≠ صِفْر

أمثلة:

مثال ١ احسب ما يلى مع وضع الناتج فى أبسط صورة:

(أ) $(-\frac{٤}{٥})^{٣}$

(ب) $(-٢\frac{١}{٣})^{٣}$

(حـ) $(٢\frac{١}{٤})^{٢} \times (-\frac{٢}{٣})^{٢}$

(ء) $-\frac{٢٥}{٩} \div (-\frac{٥}{٩})^{٢}$

الحل :

(أ) $(-\frac{٤}{٥})^{٣} = -(\frac{٤}{٥})^{٣} = -\frac{٤^{٣}}{٥^{٣}} = -\frac{٦٤}{١٢٥}$

(ب) $\left(-2\frac{1}{3}\right)^{2} = \left(2\frac{1}{3}\right)^{2} = \left(\frac{7}{3}\right)^{2} = \frac{49}{9}$

(جـ) $\left(2\frac{1}{4}\right)^{2} \times \left(-\frac{2}{3}\right)^{2} = \left(\frac{9}{4}\right)^{2} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{2} = \frac{81}{16} \times \frac{4}{9} = \frac{9}{4}$

(د) $-\frac{25}{9} \div \left(-\frac{5}{9}\right)^{2} = -\frac{25}{9} \div \left(\frac{5}{9}\right)^{2}$

$= -\frac{25}{9} \div \frac{25}{81} = -\frac{25}{9} \times \frac{81}{25} = -9$

مثال ٢ احسب مايلي مع وضع الناتج في أبسط صورة :

(أ) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{2}$ (ب) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{3}$ (جـ) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{4}$ (د) $\left(-\frac{2}{3}\right)^{5}$

(هـ) $\left(1\frac{1}{2}\right)^{4}$ (و) $\left(-2\frac{1}{3}\right)^{2}$ (ز) $(2\text{س})^{2} \times \frac{1}{\text{س}}$ (ح) $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{2} \times \frac{\text{ب}^{2}}{\text{جـ}}$

الحل

[أ] $\left(-\frac{2}{3}\right)^{2} = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{4}{9}$

[ب] $\left(-\frac{2}{3}\right)^{3} = \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{2}{3}\right) = \frac{-8}{27}$

[جـ] $\left(-\frac{2}{3}\right)^{4} = \left(\frac{2^{4}}{3^{4}}\right) = \frac{16}{81}$

[د] $\left(-\frac{2}{3}\right)^{5} = -\frac{2^{5}}{3^{5}} = -\frac{32}{243}$

[هـ] $\left(1\frac{1}{2}\right)^{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^{4} = \frac{81}{16}$

[و] $\left(-2\frac{1}{3}\right)^{2} = \left(-\frac{7}{3}\right)^{2} = \frac{49}{9}$

[ز] $(2\text{س})^{2} \times \frac{1}{\text{س}} = 4\text{س}$

[ح] $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{2} \times \frac{\text{ب}^{2}}{\text{جـ}} = \frac{\text{أ}^{2}}{\text{جـ}}$

مثال ٣ احْسِبْ مَا يَلِي مَعَ وَضْعِ النَّاتِجِ فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ:

(أ) $\left(2\frac{1}{2}\right)^{2} \times \left(-\frac{2}{5}\right)^{2}$ (ب) $\left(2\frac{7}{9}\right) \div \left(-1\frac{2}{3}\right)^{2}$

الحل

[أ] $\left(2\frac{1}{2}\right)^{2} \times \left(-\frac{2}{5}\right)^{2}$

$= \left(\frac{5}{2}\right)^{2} \times \left(\frac{2}{5}\right)^{2}$

$= \frac{25}{4} \times \frac{4}{25} = 1$

[ب] $\left(2\frac{7}{9}\right) \div \left(-1\frac{2}{3}\right)^{2}$

$= \left(\frac{25}{9}\right) \div \left(-\frac{5}{3}\right)^{2}$

$= \frac{25}{9} \times \frac{9}{25} = 1$

الدَّرْسُ الثَّانِي الْقُوَى الصَّحِيحَةُ غَيْرُ السَّالِبَةِ

- إِذَا كَانَتْ عَمَلِيَّةُ ضَرْبِ الْأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ تَحْتَوِي عَلَى أَعْدَادٍ لَهَا الْأَسَاسُ نَفْسُهُ ، فَإِنَّهُ يُمْكِنُ كِتَابَةُ حَاصِلِ الضَّرْبِ بِالْأَسَاسِ نَفْسِهِ.

فمثلًا: $(\frac{١}{٢})^{٢} \times (\frac{١}{٢})^{٣} = (\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}) \times (\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢})$

$= \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}$

$= (\frac{١}{٢})^{٥}$

اسْتَخْدِمِ الْآلَةَ الْحَاسِبَةَ فِي التَّحَقُّقِ مِنَ الآتِي:

العدد النسبي: $\frac{أ}{ب}$	ن	م	$(\frac{أ}{ب})^{ن} \times (\frac{أ}{ب})^{م}$	$(\frac{أ}{ب})^{ن+م}$
$\frac{١}{٣}$	٢	٣	$\frac{١}{٢٤٣}$	$\frac{١}{٢٤٣}$
$\frac{١}{٤}$	٢	٣	$\frac{١}{١٠٢٤}$	$\frac{١}{١٠٢٤}$
$\frac{١}{٥}$	٣	٢	$\frac{١}{٣١٢٥}$	$\frac{١}{٣١٢٥}$
$\frac{٣}{٢}$	٣	٤	$\frac{٢١٨٧}{١٢٨}$	$\frac{٢١٨٧}{١٢٨}$



- أَدْخِلْ أَعْدَادًا نِسْبِيَّةً أُخْرَى فِي الْآلَةِ الْحَاسِبَةِ لِلْقِيَمِ: $\frac{أ}{ب}$ ، ن ، م
- هَلْ حَصَلْتَ عَلَى حَاصِلِ الضَّرْبِ نَفْسِهِ؟
- هَلْ يَتَحَقَّقُ الْقَانُونُ إِذَا كَانَتِ الْأَسَاسَاتُ سَالِبَةً؟

إِذَا كَانَ $\frac{أ}{ب}$ عَدَدًا نِسْبِيًّا ، ن ، م عَدَدَيْنِ صَحِيحَيْنِ غَيْرَ سَالِبَيْنِ:

فَإِنَّ $(\frac{أ}{ب})^{ن} \times (\frac{أ}{ب})^{م} = (\frac{أ}{ب})^{ن+م}$

مثـــال

أوجد ناتج كلٍّ مما يأتى فى أبسط صورة:

(أ) $(-\frac{٢}{٣})^{٢} \times (\frac{٢}{٣})^{٥}$ (ب) $(-\frac{٣}{٥})^{٣} \times (-\frac{٣}{٥})^{٥}$

الحل

(أ) $(-\frac{٢}{٣})^{٢} \times (\frac{٢}{٣})^{٥} = (\frac{٢}{٣})^{٢} \times (\frac{٢}{٣})^{٥}$

$= (\frac{٢}{٣})^{٢+٥}$

$= (\frac{٢}{٣})^{٧}$

(ب) $(-\frac{٣}{٥})^{٣} \times (-\frac{٣}{٥})^{٥} = (-\frac{٣}{٥})^{٣+٥}$

$= (-\frac{٣}{٥})^{٨}$

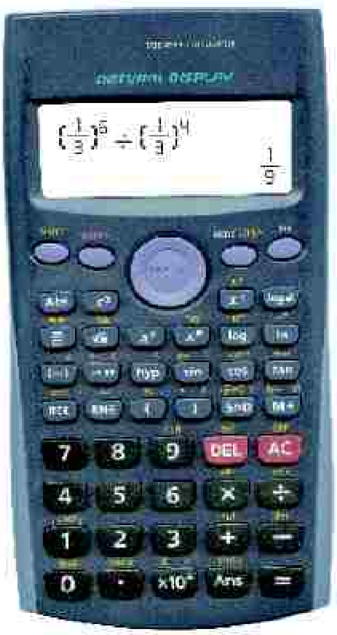
$= (\frac{٣}{٥})^{٨}$

- إِذَا كَانَتْ عَمَلِيَّةُ قِسْـمَةِ الأَعْدَادِ النِّسْـبِيَّةِ تَحْتَوِي عَلَى أَعْدَادٍ لَهَا الأَسَاسُ نَفْسُهُ فَإِنَّهُ يُمْكِنُ كِتَابَةُ خَارِجِ الْقِسْمَةِ بِالأَسَاسِ نَفْسِهِ.

فمثلًا: $(\frac{١}{٢})^{٥} \div (\frac{١}{٢})^{٣} = \frac{\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}}{\frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢}}$

$= \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = (\frac{١}{٢})^{٢}$

اسْتَخْدِمْ الآلَةَ الْحَاسِبَةَ فِي التَّحَقُّقِ مِنَ الآتِي:



العدد النسبي: $\frac{أ}{ب}$	ن	م	$(\frac{أ}{ب})^{ن} \div (\frac{أ}{ب})^{م}$	$(\frac{أ}{ب})^{ن-م}$
$\frac{١}{٣}$	٦	٤	$\frac{١}{٩}$	$\frac{١}{٩}$
$\frac{١}{٤}$	٥	٢	$\frac{١}{٦٤}$	$\frac{١}{٦٤}$
$\frac{١}{٥}$	٦	٣	$\frac{١}{١٢٥}$	$\frac{١}{١٢٥}$
$\frac{٣}{٢}$	٧	٤	$\frac{٢٧}{٨}$	$\frac{٢٧}{٨}$

- أَدْخِلْ أَعْدَادًا نِسْبِيَّة أُخْرَى فِي الْآلَةِ الْحَاسِبَةِ لِلْقِيَمِ: $\frac{أ}{ب}$ ، ن ، م
- هَلْ حَصَلْتَ عَلَى خَارِجِ الْقِسْمَةِ نَفْسِهِ؟
- هَلْ يَتَحَقَّقُ الْقَانُونُ إِذَا كَانَتْ الأَسَاسَاتُ سَالِبَةً؟

إِذَا كَانَ $\frac{أ}{ب}$ عَدَدًا نِسْبِيًا لا يساوى الصفر ،
ن ، م عَدَدَيْنِ صَحِيحَيْنِ غَيْرَ سَـالِبَيْنِ
حَيْثُ ن ≥ م
فَإِنَّ $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} \div \left(\frac{أ}{ب}\right)^{م} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن-م}$

مثـــال

أوجد ناتج ما يأتى فى أبسط صورة

(أ) $\left(\frac{٣}{٤}\right)^{٥} \div \left(-\frac{٣}{٤}\right)^{٢}$ (ب) $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{١٣} \div \left(\frac{٢}{٥}\right)^{١١}$

الحل

(أ) $\left(\frac{٣}{٤}\right)^{٥} \div \left(-\frac{٣}{٤}\right)^{٢} = \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٥} \div \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٢}$

$= \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٥-٢}$

$= \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٣} = \frac{٢٧}{٦٤}$

(ب) $\left(\frac{٢}{٥}\right)^{١٣} \div \left(\frac{٢}{٥}\right)^{١١} = \left(\frac{٢}{٥}\right)^{١٣-١١}$

$= \left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢}$

$= \frac{٤}{٢٥}$

يُمْكِنْ كِتَابَةُ الْعَدَدِ النِّسْبِيِّ $\left(\left(\frac{١}{٢}\right)^{٤}\right)^{٢}$ عَلَى الصُّورَةِ:

$$\left(\left(\frac{١}{٢}\right)^{٤}\right)^{٢} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٤} \times \left(\frac{١}{٢}\right)^{٤}$$

$$= \left(\frac{١}{٢}\right)^{٤+٤} = \left(\frac{١}{٢}\right)^{٨}$$

اسْتَخْدِمْ الآلَةَ الْحَاسِبَةَ فِي التَّحَقُّقِ مِنَ الآتِي:

العدد النسبي: $\frac{أ}{ب}$	ن	م	$\left(\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن}\right)^{م}$	$\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن \times م}$
$\frac{١}{٣}$	٢	٣	$\frac{١}{٧٢٩}$	$\frac{١}{٧٢٩}$
$\frac{١}{٤}$	٣	٢	$\frac{١}{٤٠٦٩}$	$\frac{١}{٤٠٦٩}$
$\frac{١}{٥}$	٢	٤	$\frac{١}{٣٩٠٦٢٥}$	$\frac{١}{٣٩٠٦٢٥}$
$\frac{٣}{٢}$	٣	٢	$\frac{٧٢٩}{٦٤}$	$\frac{٧٢٩}{٦٤}$



- أَدْخِلْ أَعْدَادًا نِسْبِيَّةً أُخْرَى فِي الآلَةِ الْحَاسِبَةِ للقيم: $\frac{أ}{ب}$ ، ن ، م
- هَلِ النَّوَاتِجَ فِي الْعَمُودِ الرَّابِعِ تُسَاوِي النَّوَاتِجَ فِي الْعَمُودِ الْخَامِسِ؟

إِذَا كَانَ $\frac{أ}{ب}$ عَـدَدًا نِسْـبِيًّا ، ن ، م عَدَدَيْنِ صَحِيحَيْنِ غَيْرَ سَالِبَيْنِ فَإِنَّ:

$$\left(\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن}\right)^{م} = \left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن \times م}$$

مثـــال

أوجد ناتج ما يأتى:

(أ) $\left(\left(\frac{٣}{٤}\right)^{٢}\right)^{٢}$ (ب) $\left(\left(\frac{-١}{٢}\right)^{٣}\right)^{٢}$

الحل

(أ) $\left(\left(\frac{٣}{٤}\right)^{٢}\right)^{٢} = \left(\frac{٣}{٤}\right)^{٤} = \frac{٣^{٤}}{٤^{٤}}$

$= \frac{٨١}{٢٥٦}$

(ب) $\left(\left(\frac{-١}{٢}\right)^{٣}\right)^{٢} = \left(-\frac{١}{٢}\right)^{٦}$

$= \left(\frac{١}{٢}\right)^{٦} = \frac{١^{٦}}{٢^{٦}}$

$= \frac{١}{٦٤}$

• اتَّبِعِ الْخُطُوَاتِ السَّابِقَةَ فِي التَّحَقُّقِ مِنْ أَنَّ:

[أ] $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} \times \left(\frac{جـ}{د}\right)^{ن} = \left(\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د}\right)^{ن}$

[ب] $\left(\frac{أ}{ب}\right)^{ن} \div \left(\frac{جـ}{د}\right)^{ن} = \left(\frac{أ\,د}{ب\,جـ}\right)^{ن}$

الدَّرْسُ الثَّالِثُ: الْقُوَى الصَّحِيحَةُ السَّالِبَةُ

- تَعَرَّفْنَا مَعْنَى الْقُوَّةِ الصَّحِيحَةِ الْمُوجَبَةِ وَالْقُوَّةِ الصِّفْرِيَّةِ لِعَدَدٍ نِسبِى وَالْآنَ نَتَعَرَّفُ مَعْنَى الْقُوَّةِ الصَّحِيحَةِ السَّالِبَةِ لِعَدَدٍ.

فَمَثَلًا:

$٢^{٢}$		=		$٢^{٢}$
	١−		÷ ٢	
$٢^{١}$		=		٢
	١−		÷ ٢	
$٢^{٠}$		=		١
	١−		÷ ٢	
$٢^{-١}$		=		$\frac{١}{٢}$
	١−		÷ ٢	
$٢^{-٢}$		=		$\frac{١}{٢^{٢}}$

> إِذَا كَانَ أ عَدَدًا نسبيًا (لَا يُسَاوِى الصِّفْرَ) وَكَانَ ن عَـدَدًا صَحِيحًا مُوجبًا فَإِنَّ
> $أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$ ، $أ^{ن} = \frac{١}{أ^{-ن}}$

نُلَاحِظُ أَنَّ: $أ^{ن} \times أ^{-ن} = أ^{ن-ن} = أ^{صفر} = ١$ أَىْ أَنَّ كُلًّا مِنْ $أ^{ن}$ ، $أ^{-ن}$ هُوَ الْمَعْكُوسُ الضَّرْبِىُّ لِلْآخَرِ.

- مثال : أوجد قيمة كل مما يلى :

١) $٥^{٦} \times ٥^{-٤} = \frac{٥^{٦}}{٥^{٤}} = ٥^{٢}$

٢) $\frac{٧^{-٣}}{٧^{-٢}} = \frac{٧^{٢}}{٧^{٣}} = ٧^{-١} = \frac{١}{٧}$

٣) $\left(\frac{٦^{-٢} \times ٦^{٤}}{٦^{٣}}\right)^{-٢} = \left(\frac{٦^{٤}}{٦^{٢} \times ٦^{٣}}\right)^{-٢}$

$= \left(\frac{٦^{٤}}{٦^{٥}}\right)^{-٢} = \left(\frac{١}{٦}\right)^{-٢} = ٦^{٢} = ٣٦$

جَدْوَلُ قُوَى الْعَدَدِ ٥

$٥^{١} = ٥$	$٥^{-١} = ٠,٢$
$٥^{٢} = ٢٥$	$٥^{-٢} = ٠,٠٤$
$٥^{٣} = ١٢٥$	$٥^{-٣} = ٠,٠٠٨$
$٥^{٤} = ٦٢٥$	$٥^{-٤} = ٠,٠٠١٦$
$٥^{٥} = ٣١٢٥$	$٥^{-٥} = ٠,٠٠٠٣٢$
$٥^{٦} = ١٥٦٢٥$	$٥^{-٦} = ٠,٠٠٠٠٦٤$
$٥^{٧} = ٧٨١٢٥$	$٥^{-٧} = ٠,٠٠٠٠١٢٨$
$٥^{٨} = ٣٩٠٦٢٥$	$٥^{-٨} = ٠,٠٠٠٠٠٢٥٦$
⋮	⋮

- اسْتَخْدِمْ جَدْوَلَ قُوَى الْعَدَدِ (٥) فِى إِيجَادِ قِيمَةِ كُلٍّ مِمَّا يَلِى:

١) $١٥٦٢٥ \times ٠,٠٠١٦ = ٥^{٦} \times ٥^{-٤} = ٥^{٢}$

٢) $٣١٢٥ \times ٠,٠٠٠٣٢$ ٣) $(٧٨١٢٥)^{-١}$

٤) $(٠,٠٠١٦)^{-٢}$ ٥) $\frac{٠,٠٠٨}{٦٢٥}$

٦) $\frac{١٢٥}{٠,٠٠٠٣٢}$ ٧) $\frac{(٣١٢٥)^{٢}}{١٥٦٢٥}$

٨) $(٠,٠٠٠٠١٢٨)^{٣} \times (٣٩٠٦٢٥)^{٢}$

الدَّرْسُ الرَّابِعُ

الصُّورَةُ الْقِيَاسِيَّةُ لِلْعَدَدِ النسبى



- فِى عَامِ ١٩٩٧ اكْتَشَفَ الدُّكْتُورِ أَحْمَدُ زُوَيلٍ مَدِيرُ مَعْمَلِ عُلُومِ الذَّرَّةِ بِمَعْهَدِ كَالِيفُورْنِيَا لِلتِّكْنُولُوجِيَا - مقياساً جديداً للزمن هو الْفِيمتو ثَانِيَة وهو يساوى مِلْيُونُ الْمِلْيَارِ مِنَ الثَّانِيَةِ (١×١٠^{-١٥}). وَقَدْ تَمَ مَنْحُهُ جَائِزَةَ نُوبِلَ فِى الْكِيمْيَاءِ عَامَ ١٩٩٩

يَصْعُبُ أَحْيَانًا قِرَاءَةُ وَكِتَابَةُ الأَعْدَادِ الْكَبِيرَةِ أَو الأَعْدَادِ الصَّغِيرَةِ جِدًا،

فمثلًا: قُطْرُ الْمَجْمُوعَةِ الشَّمْسِيَّةُ: ١١٨٠٠٠٠٠٠٠٠٠ كم.

قُطْرُ ذَرَّةِ الفِضَةِ : ٠٫٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٠٢٥ كم.

وَضْعُ الْعَدَدِ عَلَى الصُّورَةِ الْقِيَاسِيَّةِ يُسَهِّلُ قِرَاءَةَ وَكِتَابَةِ الْعَدَدِ ويُسَاعِدُ فِى إِجْرَاءِ الْعَمَلِيَاتِ الْحِسَابِيَّةِ لِلأَعْدَادِ الْكَبِيرَةِ والصَّغِيرَةِ.

> العدد النسبى على الصورة $ﻫ \times ١٠^{ن}$ ، $١ \leqslant |ﻫ| < ١٠$ ، $ن \in ص$ يسمى **الصورة القياسية للعدد النسبى**.

مثـــال

اكْتُبِ الْعَدَدَ الآتِى عَلَى الصُّورَةِ الْقِيَاسِيَّةِ:

$ﻫ \times ١٠^{ن}$ حيث $ن \in ص$:

[أ] ٥٨١٢٠٠٠٠٠٠٠٠ [ب] ٠٫٠٠٠٠٠٠٠٧٢

[جـ] -٠٫٠٠٠٠٠٥٣

الحَــلُ

[أ] ٥ ٨١٢٠٠٠٠٠٠٠٠

تُوضَعَ الْعَلامَةُ الْعَشْرِيَّةُ هُنَا ↑ حِيْثُ $١ \leqslant ﻫ < ١٠$

وَذَلِكَ بِقِسْمَةِ الْعَدَدِ عَلَى $١٠^{١٠}$

$٥٨١٢٠٠٠٠٠٠٠٠ = ٥٫٨١٢ \times ١٠^{١٠}$

$= ٥٫٨ \times ١٠^{١٠}$

[ب] ٠٫٠٠٠٠٠٠٠٧ ٢

تُوضَعُ الْعَلامَةُ الْعَشْرِيَّةُ هُنَا ↑ حيث $١ \leqslant ﻫ < ١٠$ وَذَلِكَ بِضَرْبِ الْعَدَدِ فِي $١٠^{٧}$

$٠٫٠٠٠٠٠٠٠٧٢ = ٧٫٢ \times ١٠^{-٧}$

[جـ] $-٠٫٠٠٠٠٠٥٣ = -٥٫٣ \times ١٠^{-٥}$

الدَّرْسُ الْخَامِسُ

تَرْتِيبُ إِجْرَاءِ الْعَمَلِيَّاتِ الرِّيَاضِيَّةِ



- تَتبعُ الآلَةُ الحَاسِبَةُ قَوَاعِدَ لِتَرْتِيبِ العَمَلِيَّاتِ الرِّيَاضِيَّةِ إِذَا لَمْ يَكُنْ هُنَاكَ أَقْوَاس، أَدْخِلِ الأَعْدَادَ وَالعَمَلِيَّاتِ الرِّيَاضِيَّةِ بِالتَّرْتِيبِ مِنَ اليَمِينِ إِلَى الْيَسَارِ. **ماذا تلاحظ؟**

١) ١٢ − ٦ × ٢

١٢ [−] ٦ [×] ٢ [=] 0

٢) ٨ + ١٥ ÷ ٣

٨ [+] ١٥ [÷] ٣ [=] 13

٣) $٩^٥$

٩ [$x^{\square}$] ٥ [=] 59049

أَكْمِلِ الْجَدْوَلَ الآتِى:

الْمِقْدَارُ	تَرْتِيب إِجْرَاء الْعَمَلِيَّات	الْقِيمَةُ
٤ × ٧ + ٩	اضرب ٤ فى ٧ ثم اجمع ٩	٤ × ٧ + ٩ = ٢٨ + ٩ = ٣٧
٢ × ٥ + ٩	اضرب ٢ فى ٥ ثم اجمع ٩	٢ × ٥ + ٩ = ١٠ + ٩ = ١٩
١٦ + ١٠ ÷ ٢	اقسم ١٠ على ٢ ثم اجمع ١٦	١٦ + ١٠ ÷ ٢ = ١٦ + ٥ = ٢١
٣ (٥ + ٦)	اجمع ٥ ، ٦ ثم أضرب فى ٣	٣ (٥ + ٦) = ٣ × ١١ = ٣٣
$٣ (\frac{٧ - ٥}{٦ ÷ ٢})$	اطرح ٥ من ٧ ، اقسم ٦ عَلَى ٢ ثم اضرب فى ٣	$٣ (\frac{٧ - ٥}{٦ ÷ ٢}) = ٣ × \frac{٢}{٣} = ٢$
$(\frac{١}{٦})^٤$	القوة الرابعة للعدد $\frac{١}{٦}$	$(\frac{١}{٦})^٤ = \frac{١}{٦^٤}$
$٣ح^٢$	إذا لم يكن هناك أقواس فإن الأس يشير إلى الأساس مباشرة على يمينه.	$٣ح^٢ = ٣ × ح × ح = ٣ ح^٢$
$(٣ح)^٢$		$(٣ح)^٢ = ٣ح × ٣ ح = ٩ ح^٢$

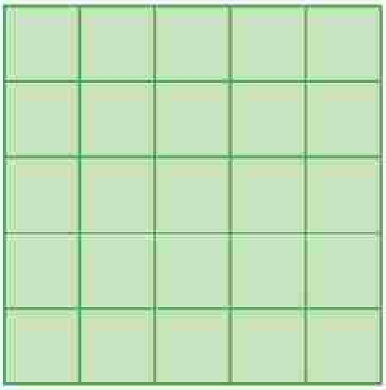
١) أَجْرِ الْعَمَلِيَّاتِ دَاخِلَ الأَقْوَاسِ أَوَّلاً.

٢) احْسِبْ قُوَى الْعَدَدِ.

٣) أَجْرِ عَمَلِيَّاتِ الضَّربِ وَالْقِسْمَةِ بِالتَّرْتِيبِ مِنَ الْيَمِينِ إِلَى الْيَسَارِ.

٤) أَجْرِ عَمَلِيَّاتِ الْجَمْعِ وَالطَّرْحِ بِالتَّرْتِيبِ مِنَ الْيَمِينِ إِلَى الْيَسَارِ.

الدَّرْسُ السَّادِسُ: الجَذْرُ التَّرْبِيعِيُّ لِعَدَدٍ نِسْبِيٍّ مربع كامل



• نَعْلَمُ أَنَّ: مُرَبَّعَ الْعَدَدِ ﺃ هُوَ حَاصِلُ ضَرْبِ الْعَدَدِ ﺃ فِي نَفْسِهِ فمثلاً:

$٥^{٢} = ٥ \times ٥ = ٢٥$ ، $(-٥)^{٢} = (-٥)\times(-٥) = ٢٥$

أَمَّا إِذَا عُلِمَ مُرَبَّعُ الْعَدَدِ فَالعَمَلِيَّةُ الْعَكْسِيَّةُ لإِيجَادِ العَدَدِ هِيَ إِيجَادُ الجَذْرِ التَّرْبِيعِيِّ لِلعَدَدِ.

> يُسْتَخْدَمُ الرَّمْزُ $\sqrt{\ }$ لِيَدُلَّ عَلَى الجَذْرِ التَّرْبِيعِيِّ الْمُوجَبِ لِعَدَدٍ نِسْبِيٍّ

$\sqrt{٢٥} = ٥$

$-\sqrt{٢٥} = -٥$

$\Leftarrow$ $\sqrt{٢٥}$ ، $-\sqrt{٢٥}$ هما الجذران التربيعيان لِلعَدَدِ ٢٥

ملحوظة $\sqrt{(-٥)^{٢}} = \sqrt{٢٥} = ٥$

• لاَ مَعْنَى لإِيجَادِ $\sqrt{\frac{\text{ﺃ}}{\text{ب}}}$ إِذَا كَانَ الْعَدَدُ $\frac{\text{ﺃ}}{\text{ب}}$ < صِفْرٍ (أَيْ سَالِبًا)، $\sqrt{\left(\frac{\text{ﺃ}}{\text{ب}}\right)^{٢}} = \left|\frac{\text{ﺃ}}{\text{ب}}\right|$ حيث $\left|\frac{\text{ﺃ}}{\text{ب}}\right| \geq$ صِفْر

مثال (١) اختصر إلي أبسط صورة كلاً مما يأتي:

(أ) $\sqrt{٤٠٠}$ (ب) $-\sqrt{\frac{١٤٤}{٤٩}}$ (جـ) $\sqrt{\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢}}$

(د) $\sqrt{\left(\frac{-٢}{٣}\right)^{٢}}$ (هـ) $\sqrt{\left(\frac{٣}{٢٥}\right)^{٢}}$ (و) $\sqrt{\left(\frac{-٣}{٢٥}\right)^{٢}}$

الحل

[أ] $\sqrt{٤٠٠} = \sqrt{٢٠^{٢}} = ٢٠$

[ب] $-\sqrt{\frac{١٤٤}{٤٩}} = -\sqrt{\left(\frac{١٢}{٧}\right)^{٢}} = -\frac{١٢}{٧}$

[جـ] $\sqrt{\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢}} = \sqrt{\frac{٤}{٩}} = \frac{٢}{٣}$

[د] $\sqrt{\left(\frac{-٢}{٣}\right)^{٢}} = \sqrt{\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢}} = \frac{٢}{٣}$

[هـ] $\sqrt{\left(\frac{٣}{٢٥}\right)^{٢}} = \left|\frac{٣}{٢٥}\right| = \frac{٣}{٢٥}$

[و] $\sqrt{\left(\frac{-٣}{٢٥}\right)^{٢}} = \left|\frac{-٣}{٢٥}\right| = \frac{٣}{٢٥}$

مثال (٢) في △ ﺃب جـ إذا كان $(\text{ﺃب})^{٢} = ١٦$ سم^{٢} ، $(\text{ب جـ})^{٢} = ٢٥$ سم^{٢} فأوجد ﺃب + ب جـ

الحَـــلُّ

$(\text{ﺃ ب})^{٢} = ١٦$

∴ ﺃب $= \sqrt{١٦} = ٤$ سم

$(\text{ب جـ})^{٢} = ٢٥$

∴ ب جـ $= \sqrt{٢٥} = ٥$ سم

∴ ﺃب + ب جـ = ٤ + ٥ = ٩ سم

حلُّ المعادلاتِ في ن

سبق لنا دراسة:

حَلُّ الْمُعَادَلَةِ مِنَ الدَّرَجَةِ الأُولَى فِي مَجْهُولٍ وَاحِدٍ فِي ص:

مُعَـادَلَات الدَّرَجَة الأُولَى فِـي مَجْهُول وَاحِـدٍ الَّتي لَهَـا نَفْسُ الْحَلِّ تُسَـمَّى مُعَادَلاتٍ مُتكافِئَةً

لَاحِظْ الْمُعَادَلاتِ الآتِيَة:

٢ س + ٢ = ٨ .... (١)

٢ س + ٥ = ١١ .... (٢)

٢ س = ٦ .... (٣)

٦س = ١٨ .... (٤)

٣ س = ٩ .... (٥)

الْمُعادَلاتُ السَّابِقَةُ لَهَا نَفْسُ الْحَلِّ أيّ أنَّ س = ٣

أكْمِلْ

١ إذَا أُضِيفَ العَددُ ٣ إلى طَرَفَى الْمُعَادَلَةِ (١) ، فإنَّنا نَحْصُلُ عَلَى الْمُعَادَلَةِ (٢)

٢ إذَا طَرَحْنَا العَددَ ٥ من طَرَفَى الْمُعَادَلَةِ (٢) ، فإنَّنا نَحْصُلُ عَلَى الْمُعَادَلَة (...)

٣ إذَا ضَرَبْنَا طَرَفَى الْمُعَادَلَة (٣) فِي العَدَدِ ٣ ، فإنَّنا نَحْصُلُ عَلَى الْمُعَادَلَة (...)

٤ إذَا قَسَمْنَا طَرَفَى الْمُعَادَلَة (٤) عَلَى العَدَدِ ٢ ، فإنَّنا نَحْصُلُ عَلَى الْمُعَادَلَة (...)

لِذَلِكَ يُمْكِنُنَا تَلْخِيصُ الْمُلاحَظَاتِ السَّابِقَةِ كَالآتِي:

تَحْصُلُ عَلَى الْمُعَادَلَةِ الْمُكَافِئَةِ لِلْمُعَادَلَةِ الأَصْلِيَّةِ عِنْدَ:

* جَمْعِ عَدَدٍ مَعَ أَوْ طَرْحِ عَدَدٍ مِنْ طَرَفَيِ الْمُعَادَلَةِ **(خاصية الإضافة والحذف)**
* ضَرْبِ عَدَدٍ في طَرَفَى الْمُعَادَلَةِ أَوْ قِسْمَةِ طَرَفَيِ الْمُعَادَلَةِ عَلَى عَدَدٍ لا يُسَاوِي الصِّفْر.

وبِصَفَةٍ عَامَّة:

إذَا كَانَ ﻫ ، ب ، حـ أَعْدَادًا نِسْبِيَّة وكَانَ ﻫ = ب فَإِنَّ : ﻫ + حـ = ب + حـ

ﻫ × حـ = ب × حـ

إذَا كَانَ ﻫ + حـ = ب + حـ فَإِنَّ ﻫ = ب

إذَا كَانَ ﻫ × حـ = ب × حـ ، حـ ≠ صفر فَإِنَّ ﻫ = ب

مثـــال ١

حُلَّ الْمُعَادَلَةَ س + ٢١ = ٨ فى ص .

مَـا الْعَـدَدُ الَّـذِي يَجِـبُ إضَافَتُهُ لِطَرَفَى الْمُعَادَلَةِ س + ٢١ = ٨ لِتَحْصُـلَ عَلَى قِيمَةِ س؟

الحَـــلُّ

س + ٢١ = ٨ ⟵ اجْمَعْ (-٢١) عَلَى طَرَفَي الْمُعَادَلَةِ

س + ٢١ + (-٢١) = ٨ + (-٢١)

س + صفر = -١٣

س = -١٣ ∈ ص

مثـــال ٢

أوجد مَجْمُوعَةَ حَلِّ الْمُعَادَلَةِ س - $\frac{1}{2}$ ٣ = ٥ فى ن .

نَعْلَـمُ أَنَّ: س - $\frac{1}{2}$ ٣ = س + (- $\frac{1}{2}$ ٣) بِإضافَـةِ الْمَعْكُوسِ الجَمْعِىّ لِلعَدِدِ - $\frac{1}{2}$ ٣ وَهُوَ $\frac{1}{2}$ ٣ إلى الطَّرفيْنِ

الحَـــلُّ

س + (- $\frac{1}{2}$ ٣) + $\frac{1}{2}$ ٣ = ٥ + $\frac{1}{2}$ ٣

س = $\frac{1}{2}$ ٨ ∈ ن

مَجْمُوعَةُ الْحَلِّ = { $\frac{1}{2}$ ٨ }

مثـــال ٣

أوجد مَجْمُوعَةَ حلِّ الْمُعَادَلَةِ ٥س + ٨ = ١٣ - ٢ س ، حَيْثُ س ∈ ن

الحَـــلُّ

٥ س + ٨ = ١٣ - ٢ س

٥ س + ٨ + ٢ س = ١٣ - ٢ س + ٢ س ⟵ بِإضَافَةِ ٢س إلى الطَّرَفَيْنِ

٧ س + ٨ = ١٣

٧ س + ٨ - ٨ = ١٣ - ٨ ⟵ بِطَرْحِ ٨ مِنَ الطَّرَفَيْنِ

٧ س = ٥ ⟵ بِقِسْمَةِ الطَّرَفَيْنِ عَلَى ٧

س = $\frac{5}{7}$ ∈ ن ، مَجْمُوعَةُ الحَلِّ = { $\frac{5}{7}$ }

مثـــال ٤

أوجد مَجْمُوعَةُ حلِّ الْمُعَادَلَةَ ٣ (٣ - ٢ س) - (١ + س) = ١٠ - ١٣ س ، حَيْثُ س ∋ ن

الحَـــلُّ

٣ (٣ - ٢ س) - (١ + س) = ١٠ - ١٣ س ⟵ بِاسْتِخْدَامِ خَاصِّيَّة التَّوْزِيعِ

٩ - ٦ س - ١ - س = ١٠ - ١٣س ، ٨ - ٧ س = ١٠ - ١٣ س

٨ - ٧ س + ١٣ س = ١٠ - ١٣س + ١٣ س ⟵ بِإِضَافَةِ ١٣ س إلى الطَّرَفَيْنِ

٨ + ٦ س = ١٠

٨ - ٨+ ٦ س = ١٠ - ٨ ⟵ بِطَرْحِ ٨ مِنَ الطَّرَفَيْنِ

٦ س = ٢ ⟵ بِقِسْمَةِ الطَّرَفَيْنِ عَلَى ٦

س = $\frac{١}{٣}$ ∋ ن ، مَجْمُوعَةُ الْحَلِّ = { $\frac{١}{٣}$ }

مثـــال ٥

ملعب كرة قدم على شكل مستطيل طوله يقل ٣ أمتار عن ثلاثة أمثال عرضه ومحيطه ٢١٠ مترا .

أوجد بعدى الملعب



الحـل

نفرض أن عرض الملعب = س مترا،

طول الملعب = (٣س - ٣) متراً

محيطه = ٢١٠ متر

ضعف الطول	زائد	ضعف العرض	يساوى	المحيط
↓	↓	↓	↓	↓
٢ (٣س -٣)	+	٢س	=	٢١٠

٦ س - ٦+٢س = ٢١٠

٨س - ٦ = ٢١٠

٨س = ٢١٦

س = ٢٧ ∴ العرض = ٢٧ متراً.

طول المستطيل = ٣س - ٣ = ٣ (٢٧) - ٣ = ٧٨ متراً.

التحقق من الحل: محيط المستطيل = ضعف الطول + ضعف العرض

= ٢×٧٨ + ٢ ×٢٧ = ١٥٦ + ٥٤ = ٢١٠ متر.

عرض الملعب = ٢٧ متراً وطول الملعب = ٧٨ متراً.

مثـــال ٦

ثلاثة أشقاء مجموع أعمارهم الآن ٥٥ سنة. ولد الأكبر قبل الأوسط بثلاث سنوات وولد الأوسط قبل الأصغر بسنتين. ما عمر كل منهم الآن؟



الحل

نفرض أن: عمر الأوسط الآن = س من السنوات

عمر الأكبر الآن = س + ٣ من السنوات

وعمر الأصغر الآن = س − ٢ من السنوات

عمر الأكبر	زائد	عمر أوسط	زائد	عمر الأصغر	يساوى ٥٥
↓	↓	↓	↓	↓	↓
س+ ٣	+	س	+	س − ٢	= ٥٥

٣س + ١ = ٥٥

٣س = ٥٤

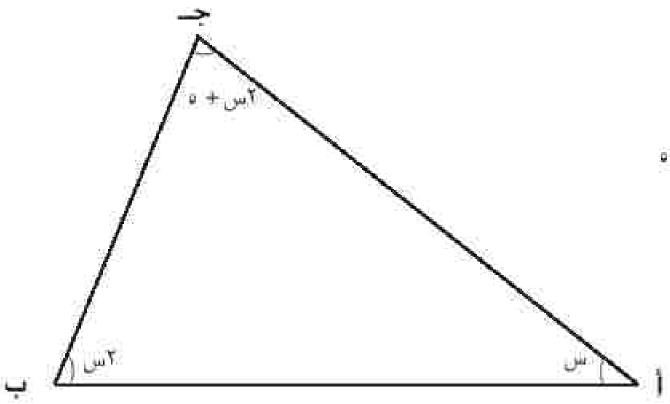
س = ١٨

أعمار الأشقاء الثلاثة: ١٦ ، ١٨ ، ٢١ من السنوات .

مثـــال ٧

فى المثلث ءب جـ المقابل:

أوجد قياس كل زاوية من زواياه



الحل

مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ١٨٠°

ق (∠ ء) + ق (∠ب) + ق (∠ حـ) = ١٨٠°

س + ٢س + ٢س +٥ = ١٨٠°

٥ س + ٥ = ١٨٠°

٥ س = ١٧٥°

س = ٣٥°

ق (∠ ء) = ٣٥°، ق (∠ ب) = ٧٠°، ق (∠ جـ) = ٧٥°

التحقق من الحل: مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ٣٥° + ٧٠° + ٧٥° = ١٨٠°

الدرس الثامن

حَلُّ المُتَبايِناتُ فى ص

حل المُتباينات فى ص:

لاحظ أنه:

* عند دراسة حل المتباينة فى ص يتم التعرف على الخواص التالية :



- إضَافَةُ عَـدَدٍ ثَابِتٍ إلَـى طَرَفَـيِ الْمُتَبَايِنَةِ لا يُغَيِّرُ اتِّجَاهَهَا.
- ضَـرْبُ طَرَفَـيِ الْمُتَبَايِنَـةِ فِي عَـدَدٍ ثَابِتٍ مُوجَبٍ لا يُغَيِّرُ اتِّجَاهَهَا.
- ضَرْبُ طَرَفَيِ الْمُتَبَايِنَةِ فِي عَدَدٍ ثَابِتٍ سَالِبٍ يُغَيِّرُ اتِّجَاهَهَا.

وتعتبر هذه الخواص هى نفس خواص علاقة التباين فى ن

مثـــال ١

أوجد مَجْمُوعَةُ حَلِّ الْمُتَبَايِنَةِ س + ٥ < ٣ ، حيث س ∈ ص ، س ∈ ط ومَثِّلْ مَجْمُوعَةَ الْحَلِّ عَلَى خَطِّ الأَعْدادِ.

مَا الْعَدَدُ الَّذِي يُمْكِنُ إضَافَتُهُ إلَى س + ٥ لِتَحْصُلَ عَلَى س؟

الحَــــلُّ

س + ٥ < ٣

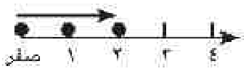
س + ٥ + (-٥) < ٣ + (-٥) ⟵ إضَافَةُ (-٥) إلَى الطَّرَفَيْنِ

س < -٢

مَجْمُوعَةُ الْحَلِّ = { -١ ، صفر ، ١ ، ... } ، س ∈ ص



أَوْ مَجْمُوعَةُ الْحَلِّ = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ... } ، س ∈ ط



مثـــال ٢

أوجد مَجْمُوعَةُ حُلِّ الْمُتَبَايِنَةِ $-٢س \leq ١$ ، حيث س ∋ ن ، س ∋ ط

مَا الْعَدَدُ الَّذِي يُمْكِنُ ضَرْبُهُ في $-٢س$ لِتَحْصُلَ عَلَى س ؟

الحَـــلُّ

$-٢س \geqslant ١$

$(-\frac{١}{٢})(-٢س) \geqslant (-\frac{١}{٢})(١)$

$س \geqslant -\frac{١}{٢}$

مَجْمُوعَةُ الْحَلِّ = { س : س ∋ ن ، س $\geqslant -\frac{١}{٢}$ }

أو مَجْمُوعَةُ الْحَلِّ = ∅ ، س ∋ ط

مثـــال ٣

أوجد مَجْمُوعَةُ حُلِّ الْمُتَبَايِنَةِ $٣س - ١ \geqslant ٢س + ٣$ حيث س ∋ ن .

الحَـــلُّ

$٣س - ١ \geqslant ٢س + ٣$

$-٢س + ٣س - ١ \geqslant -٢س + ٢س + ٣$ ← إضَافَةُ -٢ س إِلَى الطَّرَفَيْنِ

$س - ١ \geqslant ٣$ ← إضَافَةُ ١ إِلَى الطَّرَفَيْنِ

$س \geqslant ٤$

مَجْمُوعَةُ الْحَلِّ = { س : س ∋ ن ، س $\geqslant ٤$ }

مثـــال ٤

أوجد مَجْمُوعَةُ حلِّ الْمُتَبَايِنَةِ $-١ < ٣س - ١ \leqslant ٥$

الحَـــلُّ

∵ $-١ < ٣س - ١ \leqslant ٥$ باضافة ١ إلى جميع الأطراف

$-١+١ < ٣س-١+١ \leqslant ٥+١$

$٠ < ٣س \leqslant ٦$ بالقسمة على ٣

$٠ < س \leqslant ٢$

∴ مجموعة الحل = {س:س ∋ ن ، $٠ < س \leqslant ٢$}

الوَحْدَةُ الثانية الإِحْصاءُ وَالاِحْتِمالُ



بيير سيمون لابلاس
(١٧٤٩-١٨٢٧م)

وُلِـدَ لابلاس في ٢٣ مارس ١٧٤٩ فِي فَرَنْسَـا وَتُوُفِّـيَ في ٥ مارس سَـنَةَ ١٨٢٧ وَهُوَ رِياضيٌّ وَفَلَكِيٌّ فِرنْسِي، مِنْ أَوائِلِ الْمُؤَلَّفات الْمَنْشُورَة لَهُ فِي عَام ١٧٧١ م بَادِئًا بِالْمُعَادَلَاتِ التَّفَاضُلِيَّة. إِلَّا أَنَّهُ بَدَأَ بِالْفِعْلِ فِي التَّفْكِيرِ فِي الْمَفَاهِيمِ الْفَلْسَفِيَّة وَالرِّيَاضِيَّة فِي الاحْتِمَالِ وَالْإِحْصَاءِ.

مُحْتَوياتُ الوَحْدَةِ

الْعَيِّنَــاتُ

الْعَيِّنَةُ الْمُنْتَظِمَةُ:

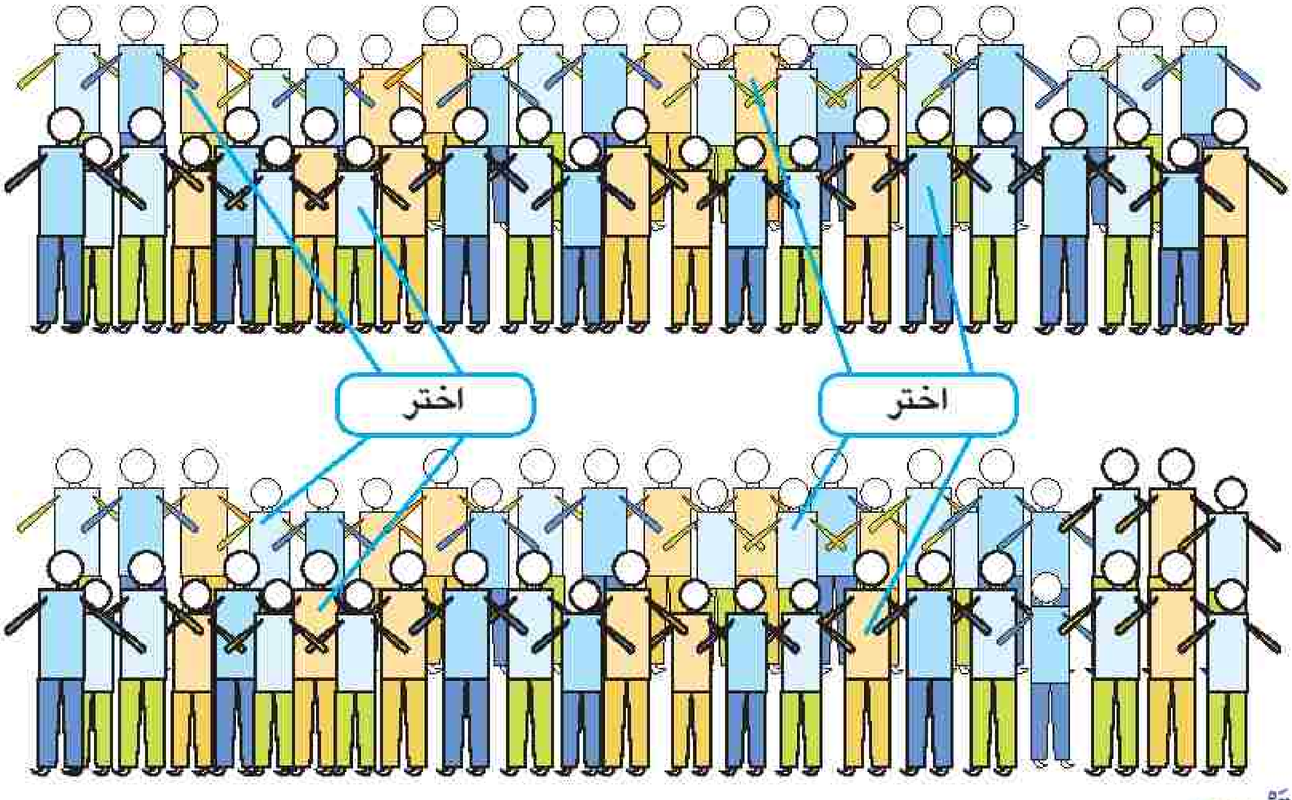
الْعَيِّنَةُ هِيَ جُزْءٌ صَغِيرٌ مِنَ مُجْتَمَعٍ كَبِيرٍ تُشْبِهُ الْمُجْتَمَع وَتُمَثِّلُه، وَتُخْتَار بِطَرِيقَةٍ عَشْوَائِيَّةٍ.

تُسْتَخْدَم الْعَيِّنَات لِتَسْهِيلِ جَمْع الْبَيَانَات عَنِ الْمُجْتَمَعِ، وَالَّتِي تَكُونُ أَقْرَب مِنَ الْوَاقِعِ وَيُمْكِنُ اتِّخَاذ قَرَارَات فِي ضَوْئِهَا وَتَعْمِيمهَا عَلَى الْمُجْتَمَعِ.

كَيْفِيَّة اخْتِيَار عَيِّنَة مُنْتَظِمَة:

لِكَيْ يَتِمُّ اخْتِيَار عَيِّنَة مُنْتَظِمَة مِنْ مُجْتَمَعٍ لَابُدَّ أَنْ يَكُون مُوَزَّعًا تَوْزِيعًا عَشْوَائِيًّا، فَلَا يَجُوز مَثَلًا اخْتِيَار عَيِّنَة مِنْ مَدْرَسَةٍ مِنْ فَصْلِ الْفَائِقِين؛ لِأَنَّ الْعَيِّنَة الْمُخْتَارَة لَا تُمَثِّلُ تَلَامِيذ الْمَدْرَسَة.

وَالشَّكْل التَّالِي يُوَضِّح اخْتِيَار عَيِّنَة ١٠٪ على سبيل المثال بِاخْتِيَارِ وَاحِدٍ مِنْ كُلِّ عَشرَة:



تَدْرِيب:

[أ] كَيْفَ يُمْكِنُ تَنْظِيم تَلَامِيذ المدرسة لِلْحُصُولِ عَلَى عَيِّنَةٍ منتظمة ؟

[ب] هَلْ عَدَد تَلَامِيذ الْفَصْل كَافٍ لِلْحُصُولِ عَلَى عَيِّنَةٍ منتظمة؟

[جـ] إِذَا كَان عَدَد تلاميذ المدرسة ٦٠٠، كَمْ تلميذًا يَتِمُّ اخْتِيَاره بنسبة ١٢ ٪ لِتَكُون عَيِّنَة مُنْتَظِمَة؟

الْعَيِّنَةُ الْعَشْوَائِيَّةُ

عِنْدَ اخْتِيَارِ عَيِّنَةٍ عَشْوَائِيَّةٍ لَابُدَّ أَنْ يَحْصُلَ كُلُّ فَرْدٍ عَلَى فُرْصَةٍ فِي الاخْتِيَارِ وَيُمْكِنُ اخْتِيَارُ أَعْضَاءِ الْعَيِّنَةِ الْعَشْوَائِيَّةِ عَلَى أَسَاسِ:

- إِعْطَاءِ كُلِّ فَرْدٍ فِي الْمُجْتَمَعِ رَقَم.
- اسْتِخْدَامِ خَاصِّيَّةِ الرَّقْمِ الْعَشْوَائِيِّ الْمَوْجُودِ بِالْآلَةِ الْحَاسِبَةِ.

نَفْرِضُ أَنَّ ٢١٢ عَامِلًا مِيكَانِيكِيًّا يَعْمَلُونَ فِي صِيَانَةِ الْمَرْكَبَاتِ وَيَجْرِي عَلَيْهِمُ اسْتِبْيَانٌ عَنْ شَرِكَةٍ كُبْرَى لِتَأْجِيرِ السَّيَّارَاتِ وَتُرِيدُ الشَّرِكَةُ مَعْرِفَةَ آرَائِهِمْ فِي:

- تَفَادِي تَأْخِيرِ الْوِرَشِ فِي الْإِصْلَاحِ بِسَبَبِ عَدَمِ تَوَافُرِ قِطَعِ الْغِيَارِ.
- زِيَادَةِ ضَمَانِ الْمَرْكَبَاتِ بِاسْتِخْدَامِهَا لِمَسَافَةِ ١٠٠٠ كم.
- زِيَادَةِ كَفَاءَةِ السَّيَّارَاتِ عَنْ طَرِيقِ الْفَحْصِ خَارِجَ الْوِرَشِ.

نَفْرِضُ أَنَّنَا نُرِيدُ إِبْرَازَ أَرْقَامٍ عَشْوَائِيَّةٍ فِي نِطَاقِ الصِّفْرِ إِلَى ٢١٢ وَتُعْتَبَرُ عَيِّنَةُ ١٠٪ كَافِيَةً لِلْحُصُولِ عَلَى مَعْلُومَاتٍ مُوَثَّقَةٍ وَبِذَلِكَ يَجِبُ الْحُصُولُ عَلَى ٢١ رَقَمًا عَشْوَائِيًّا.

استخدم الآلة الحاسبة في إِنْتَاجِ أَرْقَامٍ عَشْوَائِيَّةٍ فِي النِّطَاقِ من ٠,٠٠٠ إِلَى ٠,٩٩٩ وَبِذَلِكَ يُمْكِنُ الْحُصُولُ عَلَى نِطَاقٍ مُؤَثِّرٍ لِلْعَيِّنَةِ يَتَرَاوَحُ مَا بَيْنَ الصِّفْرِ و٩٩٩

بِالنِّسْبَةِ لِلْأَرْقَامِ مِنْ صِفْرٍ إِلَى ٢١٢ يَتِمُّ تَجَاهُلُ الْأَرْقَامِ الْعَشْوَائِيَّةِ الَّتِي تَزِيدُ عَنْ ٢١٢ وَلَابُدَّ مِنَ اسْتِمْرَارِ تَوَالُدِ الْأَرْقَامِ الْعَشْوَائِيَّةِ حَتَّى نَصِلَ إِلَى ١٠٪ مِنْ ٢١٢ وَهِيَ ٢١ رَقَمًا عَشْوَائِيًّا وَهَذَا وَاضِحٌ فِي الْجُزْءِ الْمُخَصَّصِ لِلنَّشَاطِ بَعْدَ شَرْحِ الدَّرْسِ فِي هَذِهِ الْوَاحْدَةِ.



لِنَفْرِضْ أَنَّ الآلَةَ الْحَاسِبَةَ قَدْ أَخْرَجَت هَذِهِ الْأَرْقَامَ الْعَشْوَائِيَّةَ بِاسْتِخْدَامِ :

لِكُلِّ رَقْمٍ: = RAN # SHIFT

١٧٢	٣٢	١١٧	١٦	١٣٣	٥٥	٨٧	١٧٨	٣	١٩٤
٧٦	١٩٣	٥٨	١٣٨	٩٤	١٥٤	٤٨	١٩٥	١٧٧	١٥٦
									٢٠٥

بِهَذَا يُصْبِحُ الْعُمَّالُ الَّذِينَ يَحْمِلُونَ هَذِهِ الْأَرْقَامَ مِنْ بَيْنِ ٢١٢ عَامِلاً هُمُ الْعَيِّنَةُ الْمُخْتَارَةُ لِإِجْرَاءِ هَذَا الاسْتِبْيَانِ.

كَمَا يُمْكِنُ تَوْلِيدُ الْأَرْقَامِ الْعَشْوَائِيَّةِ عَنْ طَرِيقِ «الْعَشْوَائِيَّةِ» فِي بَرْنَامِجِ إِكْسِيلَ وَهَذَا أَيْضًا سَيَتِمُّ دِرَاسَتُهُ فِي جُزْءِ النَّشَاطِ مِنْ هَذِهِ الْوَحْدَةِ.

الدَّرْسُ الثانى الاحتمال

أولاً : الاِحْتِمَالَ التَّجْرِيبِيُّ

أَنْشِطَةُ رَمْيِ قِطْعَةِ نُقُودٍ وَإِلْقَاءِ حَجَرِ نَرْدٍ وَدَوَرَانِ مُؤَشِّرِ لُعْبَةِ الدوارة هِيَ تَجَارِبُ أَوْ أَحْدَاثٌ

تُسَمَّي نَتَائِجُ التَّجْرِبَةِ أَحْدَاثًا أَوْ نَوَاتِجَ.

لِأَى نَاتِجِ حَدَثٍ مُعَيَّنٍ:

$$\text{الاحْتِمَالُ التجريبى} = \frac{\text{عَدَدُ النَّوَاتِجِ الَّتِي حَصَلْتَ عَلَيْهَا}}{\text{عَدَدِ النَّوَاتِجِ الْمُمْكِنَةِ}}$$

تَجْرِبَةُ إِلْقَاءِ قِطْعَةَ نُقُودٍ



	صُورَةٌ	كِتَابَةٌ	الْمَجْمُوعُ
الْعَلَامَةُ الإِحْصَائِيَةُ			
التَّكْرَارُ			٣٠

١. أَلْقِ قِطْعَةَ نقود ٣٠ مَرَّةً.
٢. سَجِّلِ النَّوَاتِجَ فِي الْجَدْوَلِ
٣. مَثِّلِ الْبَيَانَاتِ بِالأَعْمِدَةِ.
٤. اكْتُبْ نِسْبَةَ عَدَدِ مَرَّاتِ ظُهُورِ الصُّورَةِ إِلَى عَدَدِ مَرَّاتِ ظُهُورِ الْكِتَابَةِ.
٥. اسْتَنْتِجِ احْتِمَالَ ظُهُورِ صُورَةٍ مِنْ ٣٠ مُحَاوَلَةً.

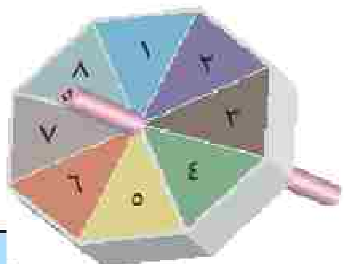
تَجْرِبَةُ إِلْقَاءِ حَجَرِ نَرْدٍ مُنْتَظِمٍ



	١	٢	٣	٤	٥	٦	المجموع
الْعَلَامَةُ الإِحْصَائِيَةُ							
التَّكْرَارُ							٦٠

١. أَلْقِ حَجَرِ نَرْدٍ مُنْتَظِمٍ ٦٠ مَرَّةً.
٢. سَجِّلِ النَّوَاتِجَ الَّتِي تَظْهَرُ عَلَى الْوَجْهِ الْعُلْوِيِّ.
٣. مَثِّلِ الْبَيَانَاتِ بالأَعْمِدَةِ.
٤. اكْتُبْ نِسْبَةَ ظُهُورِ «١» وَعَدَدَ ظُهُورِ «٦» عَلَى الْوَجْهِ الْعُلْوِيِّ.
٥. اسْتَنْتِجِ احْتِمَالِ ظُهُورِ الرَّقْمِ «٥» من ٦٠ مُحَاوَلَةً.

تَجْرِبَةُ لُعْبَةِ الدَّوَّارَةِ



١. دَوِّرِ الْقُرْصَ ٣٠ مَرَّةً
٢. سَجِّلِ النَّوَاتِجَ فِي الْجَدْوَلِ
٣. مَثِّلِ الْبَيَانَاتِ بِالأَعْمِدَةِ
٤. مَا احْتِمَالُ أَنْ يَتَوَقَّفُ الْقُرْصُ عَنْدَ «١»؟

	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	المجموع
الْعَلَامَةُ الإِحْصَائِيَةُ									
التَّكْرَارُ									٣٠

ثانيًا: الاحْتِمَالُ النَّظَرِيُّ



الاحْتِمَالُ التَّجْرِيبِيُّ وَالنَّظَرِيُّ مُرْتَبِطَانِ بَعْضُهُمَا بِبَعْضٍ فَكُلَّمَا زَادَ عَدَدُ التَّجَارِبِ كُلَّمَا تَقَارَبَت نَتَائِجُهَا .

- فَفِى تَجْرِبَةِ إِلْقَاءِ قِطْعَةِ نُقُودٍ مَرَّةً وَاحِدَةً وَمُلَاحَظَةِ الْوَجْهِ الظَّاهِرِ فَالنَّوَاتِجُ مَعْرُوفَةٌ مُقَدَّمًا وَهِيَ صُورَةٌ وَكِتَابَةٌ وَيُلَاحَظُ أَنَّ نَاتِجَ التَّجْرِبَةِ عنصر وَاحِد مِنَ عَنَاصِرِ الْمَجْمُوعَةِ الَّتِي تَتَضَمَّنُ جَمِيعَ نَوَاتِجِ التَّجْرِبَةِ وَهِيَ الَّتِي تُسَمَّى فَضَاءَ الْعَيِّنَةِ «ف»

فَضَاءُ الْعَيِّنَةِ = { صُورَةٌ، كِتَابَةٌ}

ف = { ص ، ك }

فَضَاءُ الْعَيِّنَةِ هُوَ مَجْمُوعَةُ كُلِّ النَّوَاتِجِ الْمُمْكِنَةِ لِلتَّجْرِبَةِ الْعَشْوَائِيَّةِ



- عِنْدَ إِلْقَاءِ حَجَرِ نَرْدٍ مَرَّةً وَاحِدَةً وَمُلَاحَظَةِ الْعَدَدِ الَّذِي يَظْهَرُ عَلَى الْوَجْهِ الْعُلْوِيِّ فَجَمِيعُ النَّوَاتِجِ الْمُمْكِنَةِ هِيَ: ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ فإن:

فَضَاء الْعَيِّنَة «ف» = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦} وكل ناتج هو عُنْصُر أَوْ مَجْمُوعَة جُزْئِيَّة من ف.

احْتِمَال وُقُوع أَي حَدَث «أ ⊂ ف» يَرْمُز لَه بالرَّمْز ل (أ) ويعطي بالعلاقة:

$$ل (أ) = \frac{\text{عَدَدُ عَنَاصِرِ الْحَدَثِ (أ)}}{\text{عَدَدُ عَنَاصِرِ فَضَاءِ الْعَيِّنَةِ}}$$

$$ل (أ) = \frac{ن (أ)}{ن (ف)}$$

مثال ١

عِنْدَ إِلْقَاءِ قِطْعَةِ نُقُودٍ مَرَّةً وَاحِدَةً احْسِب احْتِمَالَ ظُهُورِ صُورَةٍ.

الْحَلُّ

ف = { ص، ك} ، أ = {ص}

$ل (أ) = \frac{١}{٢} = ٠،٥$

مثال ٢

أَلْقِيَ حَجَرُ نَرْدٍ مُنْتَظِمٍ مَرَّةً وَاحِدَةً وَلُوحِظَ الْعَدَدُ الظَّاهِرُ عَلَى الْوَجْهِ الْعُلْوِيِّ أَوْجِدِ احْتِمَالَ كُلٍّ مِنَ الأَحْدَاثِ الآتِيَة:

[أ] م هُوَ حَدَثُ ظُهُورِ عَدَدٍ فَرْدِيٍّ.

[ب] ب هُوَ حَدَثُ ظُهُورِ عدد أَقَلَّ مِنْ ٣

[جـ] حـ هُوَ حَدَثُ ظُهُورِ عدد يُسَاوِي ٧

الْحَلُّ

[أ] م = {١، ٣، ٥} ، ل (م) = $\frac{٣}{٦}$ = ٠،٥

[ب] ب = {١، ٢} ، ل (ب) = $\frac{٢}{٦}$ = ٠،٣٣ لأَقْرَبِ جُزْءٍ مِنْ مِائَةٍ

[جـ] حـ = { } = ∅ ، ل (حـ) = $\frac{٠}{٦}$ = ٠ (حَدَثٌ مُسْتَحِيلٌ)

مثـــال ٣

من مجموعة الأرقام {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤} كوّن عددًا من رقمين مختلفين.

عشرات	آحـاد

ما احتمال وقوع كل من الأحداث الآتية:

أ = حدث أن يكون رقم العشرات زوجيًا.

ب = حدث أن يكون كلا الرقمين زوجيًا.

الْحَـــلّ

ف = {٢١ ، ٣١ ، ٤١ ، ١٢ ، ٣٢ ، ٤٢ ، ١٣ ، ٢٣ ، ٤٣ ، ١٤ ، ٢٤ ، ٣٤} ، ن (ف) = ١٢

أ = {٢١ ، ٣١ ، ٤١ ، ٤٢ ، ٢٣ ، ٤٣ ، ٢٤} ، ل (أ) = $\frac{٦}{١٢} = \frac{١}{٢}$

ب = {٤٢ ، ٢٤} ، ل (ب) = $\frac{٢}{١٢} = \frac{١}{٦}$

مثـــال ٤

مَجْمُوعَـةٌ مُكَوَنَة مِـنْ ١٠٠ تِلْمِيذ نَجَحَ مِنْهُمْ ٥٤ تِلْمِيذًا فِي اللُّغَة الْإِنْجِلِيزِيَّة، ٦٩ تِلْمِيذًا فِي التَّارِيخِ،فَإِذا اخْتِيرَ تِلْمِيذٌ عشوائيًا.فأَوْجِدْ احْتِمَالَ وقوع كُلٍّ مِنْ الْأَحْدَاثِ التَّالِية:

أ = حدث أَنْ يَكُونَ التِلْمِيذ الْمُخْتَار نَاجِحًا فِي اللُّغَة الانْجِلِيزِيَّة.

ب = حدث أَنْ يَكُونَ التِلْمِيذ الْمُخْتَار نَاجِحًا فِي التَّارِيخ.

ج =حدث أَنْ يَكُونَ التِلْمِيذ الْمُخْتَار راسبًا فِي التَّاريخ.

الْحَـــلّ

ل (أ) = $\frac{\text{عَدَدُ التَلَامِيذ النَّاجِحِينَ فِي اللُّغَةِ الإنْجِلِيزِيَّة}}{\text{عَدَدُ جَمِيع التلاميذ فِي المَجْمُوعَة}} = \frac{٥٤}{١٠٠}$

ل (ب) = $\frac{\text{عَدَدُ التَلَامِيذ النَّاجِحِينَ فِي التَّاريخ}}{\text{عَدَدُ جَمِيع التلاميذ فِي المَجْمُوعَة}} = \frac{٦٩}{١٠٠}$

ل (ج) = $\frac{\text{عَدَدُ التَلَامِيذ الرَّاسِبِين فِي التَّاريخ}}{\text{عَدَدُ جَمِيع التلاميذ فِي المَجْمُوعَة}} = \frac{١٠٠-٦٩}{١٠٠} = \frac{٣١}{١٠٠}$

الوَحدةُ الثالثةُ الْهَنْدَسَةُ والْقِيَاسُ



إقليدس

(٣٢٥-٢٦٥ ق.م)

وَضَعَ إقْلِيدِسُ نِظَامَ الْبَدِهِيَّاتِ وَجَمَعَ عَمَلَهُ فِي الْهَنْدَسَةِ فِي كِتَابٍ أَسْمَاهُ «الْأُصُولُ» وَاعْتُبِرَتْ هَنْدَسَةُ إقْلِيدِسَ مُنْذُ ذَلِكَ الْعَهْدِ نُمُوذَجًا لِلْبُرْهَانِ الْمَنْطِقِيِّ.

بَدِهِيَّاتُ إقْلِيدِسَ:

- الْأَشْيَاءُ الَّتِي تُسَاوِي شَيْئًا وَاحِدًا تَكُونُ مُتَسَاوِيَةً.
- إِذَا أُضِيفَتْ مُتَسَاوِيَاتٌ إِلَى مُتَسَاوِيَاتٍ فَالْمَجْمُوعَ يَكُونُ مُتَسَاوِيًا.
- الْأَشْيَاءُ الَّتِي تَنْطَبِقُ بَعْضُهَا عَلَى بَعْضٍ تَكُونُ مُتَسَاوِيَةً.
- الْكُلُّ أَكْبَرُ مِنَ الْجُزْءِ.

مُحتَوياتُ الوحدَةِ

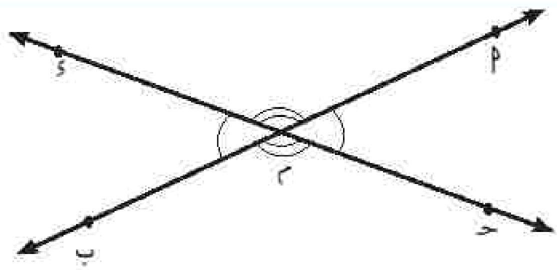
الدرس الأول

الْبُرْهَانُ الاسْتِدْلالِيُّ

سَبَقَ أَنْ تَدَرَّبْت عَمَلِيًّا عَلَى اسْتِنْتَاجِ بَعْضِ الْخَوَاصِّ الْهَنْدَسِيَّةِ، وَالْآنَ نَسْتَخْدِمُ هَذِهِ الْخَوَاصَّ وَالْمَفَاهِيمَ الْهَنْدَسِيَّةَ فِي الْبُرْهَانِ وَالاسْتِدْلَالِ الْمَنْطِقِيِّ في دِرَاسَةِ الْهَنْدَسَةِ.

(١)

إِذَا تَقَاطَعَ مُسْتَقِيمَانِ فَإِنَّ كُلَّ زَاوِيَتَيْنِ مُتَقَابِلَتَيْنِ بِالرَّأْسِ تَكُونَانِ مُتَسَاوِيَتَيْنِ فِي الْقِيَاسِ



الْمُعْطَيَاتُ: $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ مُسْتَقِيمَانِ مُتَقَاطِعَانِ فى م

الْمَطْلُوبُ: إِثْبَاتُ أَنَّ: ق (∠ أ م د) = ق (∠ ب م جـ)

الْبُرْهَانُ: ∵ ∠ أ م د ، ∠ أ م جـ زَاوِيَتَانِ مُتَجَاوِرَتَانِ حيث $\overrightarrow{\text{م جـ}} \cup \overrightarrow{\text{م د}} = \overleftrightarrow{\text{جـ د}}$

∴ ق (∠ أ م د) + ق (∠ أ م جـ) = ١٨٠°

∵ ∠ أ م جـ ، ∠ ب م جـ زَاوِيَتَانِ مُتَجَاوِرَتَانِ حيث $\overrightarrow{\text{م أ}} \cup \overrightarrow{\text{م ب}} = \overleftrightarrow{\text{أ ب}}$

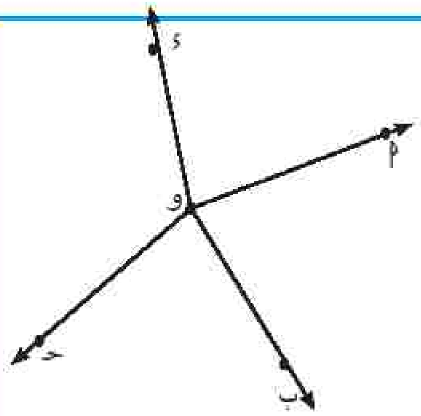
∴ ق (∠ أ م جـ) + ق (∠ ب م جـ) = ١٨٠°

∵ ق (∠ أ م د) + ق (∠ أ م جـ) = ق (∠ أ م جـ) + ق (∠ ب م جـ)

∴ ق (∠ أ م د) = ق (∠ ب م جـ) **وَهُوَ الْمَطْلُوبُ**

أَثْبِتْ أَنَّ:
ق (∠ أ م جـ) = ق (∠ ب م د)

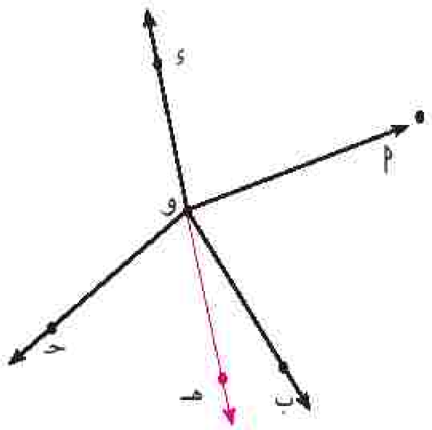
(٢) مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا المتجاورة الْمُتَجْمِعَةِ حَوْلَ نُقْطَةٍ يُسَاوِي ٣٦٠°



الْمُعْطَيَاتُ: و أ ، و ب ، و ح ، و ء أَشِعَّةٌ

نُقْطَةُ الْبِدَايَةِ لِكُلٍّ مِنْهَا «و»

الْمَطْلُـوبُ: إِثْبَـاتُ أَنَّ مَجْمُوعِ قِيَاسَـاتِ الزَّوَايَا الْمُتَجَمِّعَة حَوْلَ «و» تُسَاوِى ٣٦٠°



العَمَلُ: نَرْسُمُ الْمُسْتَقِيمَ ء و

الْبُرْهَانُ: ∵ ق (∠ هـ و ب) + ق (∠ ب و أ) + ق (∠ أ و ء) = ١٨٠° ،

ق (∠ هـ و ح) + ق (∠ ح و ء) = ١٨٠°

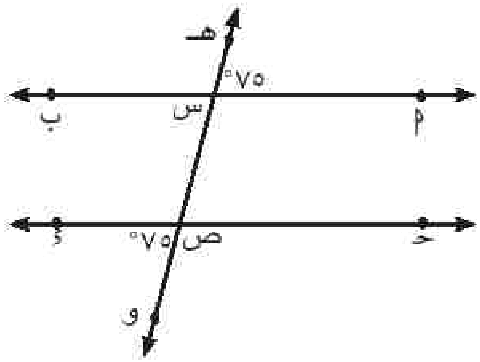
∴ ق (∠ هـ و ب) + ق (∠ ب و أ) + ق (∠ أ و ء) + ق (∠ ء و ح) + ق (∠ ح و هـ) =

١٨٠° + ١٨٠° = ٣٦٠°

∴ ق (∠ أ و ب) + ق (∠ ب و ح) + ق (∠ ح و ء) + ق (∠ ء و أ) = ٣٦٠°

وَهُوَ الْمَطْلُوب

مِثَـــالُ ١



فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

$\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$ يَقْطَعُ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ فِي س ، ص

، ق (∠ أ س هـ) = ق (∠ ء ص و) = ٧٥°

أَثْبِتْ أَنَّ: $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$

الْحَـــلُّ

الْمُعْطَيَاتُ: ق (∠ أ س هـ) = ق (∠ ء ص و) = ٧٥°

الْمَطْلُوبُ: $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$

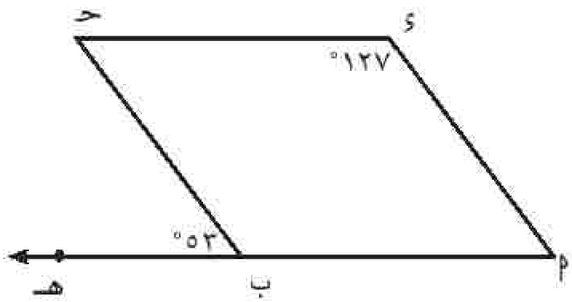
الْبُرْهَانُ: ∵ ق (∠ ب س ص) = ق (∠ أ س هـ) = ٧٥° بِالتَّقَابُلِ بِالرَّأْسِ ، ق (∠ ء ص و) = ٧٥°

∴ ق (∠ ب س ص) = ق (∠ ء ص و) وَهُمَا فى وضع تناظر .

∵ ∠ ب س ص ، ∠ ء ص و زَاوِيَتَانِ مُتَنَاظِرَتَانِ وَمُتَسَاوِيَتَانِ في الْقِيَاسِ.

∴ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ **وَهُوَ الْمَطْلُوبُ**

مِثَـــالُ ٢



فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

$\overline{\text{ء حـ}}$ // $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ،

ق (∠ حـ ب هـ) = ٥٣° ، ق (∠ ء) = ١٢٧°

أَثْبِتْ أَنَّ: $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

الْحَـــلُّ

الْمُعْطَيَاتُ: $\overline{\text{ء حـ}}$ // $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، ق (∠ حـ ب هـ) = ٥٣° ، ق (∠ ء) = ١٢٧°

الْمَطْلُوبُ: $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

الْبُرْهَانُ: ∵ $\overline{\text{ء حـ}}$ // $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$ قَاطِع لَهُمَا

∴ ق (∠ أ) + ق (∠ ء) = ١٨٠° دَاخِلَتَانِ فِي جِهَةٍ وَاحِدَةٍ مِنَ الْقَاطِعِ

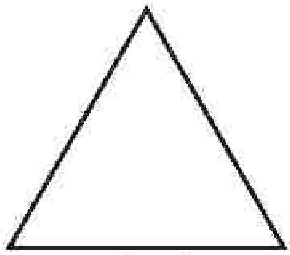
∴ ق (∠ أ) = ١٨٠° − ١٢٧° = ٥٣°

∵ ∠ أ ، ∠ حـ ب هـ زَاوِيَتَانِ مُتَنَاظِرَتَانِ وَمُتَسَاوِيَتَانِ فِي الْقِيَاسِ

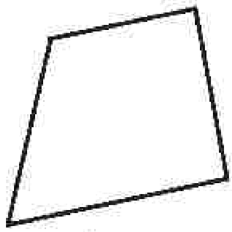
∴ $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ **وَهُوَ الْمَطْلُوبُ**

الدَّرْسُ الثانى المُضَلَّـــعُ

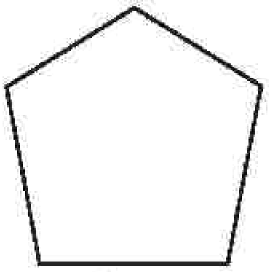
كُلُّ شَكْلٍ مِنَ الأَشْكَالِ الآتِيَةِ هُوَ خَطٌّ مُغْلَقٌ بَسِيطٌ مُكَوَّنٌ مِنَ اتِّحَادِ قِطَعٍ مُسْتَقِيمَةٍ



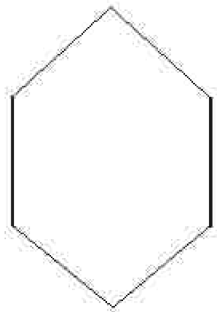
مُثَلَّثٌ ٣ أَضْلَاعٍ



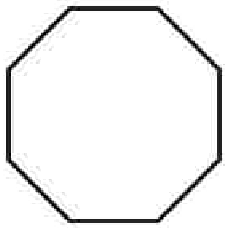
شَكْلٌ رُبَاعِيٌّ ٤ أَضْلَاعٍ



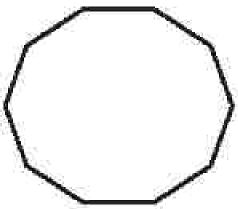
خُمَاسِيٌّ ٥ أَضْلَاعٍ



سُدَاسِيٌّ ٦ أَضْلَاعٍ



ثُمَانِيٌّ ٨ أَضْلَاعٍ

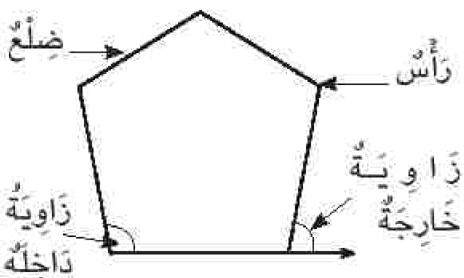


عُشَارِيٌّ ١٠ أَضْلَاعٍ

الأَشْكَالُ الْهَنْدَسِيَّةُ الْمُسْتَوِيَةُ الْمُغْلَقَة الَّتِي لَهَا ثَلَاثَةُ أَضْلَاعٍ أَوْ أَكْثَرُ تُسَمَّي مُضَلَّعَاتٌ

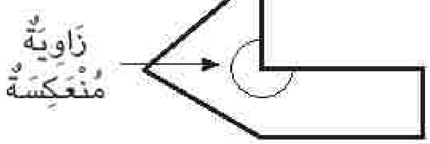
الْمُضَلَّعُ الْمُحَدَّبُ

فِي الْمُضَلَّعِ الْمُحَدَّبِ أَيُّ مُسْتَقِيمٍ يَتَعَيَّنُ بِرَأْسَيْنِ مُتَتَالِيَيْنِ تَكُونُ بَقِيَّةُ رُءُوسِ الْمُضَلَّعِ وَاقِعَةٌ فِي أَحَدِ جَانِبَي هَذَا الْمُسْتَقِيمِ

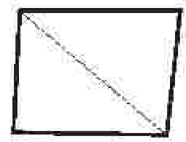


الْمُضَلَّعُ الْمُقَعَّرُ

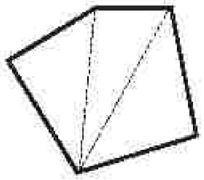
فِي الْمُضَلَّعِ الْمُقَعَّرِ تُوجَدُ مُسْتَقِيمَاتٌ تَتَعَيَّنُ بِرَأْسَيْنِ مُتَتَالِيَيْنِ وَتَقَعُ بَقِيَّةُ الرُّءُوسِ عَلَى جَانِبَي هَذِهِ الْمُسْتَقِيمَاتِ



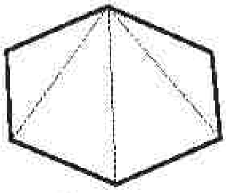
١ فِـي كُلِّ مُضَلَّعٍ مِنَ الْمُضَلَّعَاتِ الآتِيَةِ، رُسِـمَتِ الأَقْطَارُ الْخَارِجَـةُ مِنْ أَيِّ رَأْسٍ مِنْ رُءُوسِ كُلِّ مُضَلَّعٍ، نلاحظ أن:



مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَه
= ٢ × ١٨٠° = ٣٦٠°



مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَه
= ٣ × ١٨٠° = ٥٤٠°



مَجْمُوعُ قِيَاسَـاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَه
= ٤ × ١٨٠° = ٧٢٠°

٢ لاحظ ثم أَكْمِلِ الْجَدْوَلَ التَّالِي:

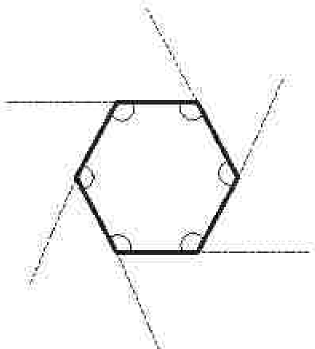
اسْمُ الْمُضَلَّعِ	عَدَدَ الأَضْلاعِ	عَدَدُ الْمُثَلَّثَاتِ النَّاتِجَةِ فِي كُلِّ مُضَلَّعٍ	مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَةِ
رُبَاعِيٌّ	٤	٢	٢ × ١٨٠° = ٣٦٠°
خُمَاسِيٌّ	٥	٣	٣ × ١٨٠° = ٥٤٠°
سُدَاسِيٌّ	٦	....	....
سُبَاعِيٌّ	٧	٥	٥ × ١٨٠° = ٩٠٠°
ثُمَانِيٌّ	٨	٦	....
تُسَاعِيٌّ	٩	....	٧ × ١٨٠° = ١٢٦٠°
عُشَارِيٌّ	١٠	....	....
نُونِيٌّ	ن	(ن - ٢)	(ن - ٢) × ١٨٠°

عِنْدَ أَيِّ رَأْسٍ مِنْ رُءُوسِ الْمُضَلَّعِ نَجِدُ أَنَّ:

مَجْمُوعُ قِيَاسي الزَّاوِيَتَيْنِ الدَّاخِلَةِ والْخَارِجَةِ يساوي ١٨٠°



مِثَالٌ:



مَجْمُـوعُ قِيَاسَـاتِ الزَّوَايَـا السِّـتِ الدَّاخِلَـةِ وَقِيَاسَـاتِ الزَّوَايَا السِّـتِ الْخَارِجَةِ لِلْمُضَلَّعِ السُّدَاسِـي تُسَـاوِي ٦ × ١٨٠°، بَيْنَمَا مَجْمُوعُ قِيَاسَـاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَةِ يُسَـاوِي ٤ × ١٨٠°، لِذَلِكَ يَكُونُ مَجْمُوعُ قِيَاسَـاتِ الزَّوَايَا الْخَارِجَةِ يُسَـاوِي ٢ × ١٨٠° = ٣٦٠°

- مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَةِ لِمُضَلَّعٍ مُحَدَّبٍ عَدَدُ أَضْلَاعِهِ $ن$ يُسَاوِي $(ن - ٢) \times ١٨٠°$
- مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الخَارِجَةِ لِمُضَلَّعٍ مُحَدَّبٍ عَدَدُ أَضْلَاعِهِ $ن$ يُسَاوِي $٣٦٠°$
- قِيَاسُ كُلِّ زَاوِيَةٍ مِنْ زَوَايَا مُضَلَّعٍ مُحَدَّبٍ مُنْتَظِمٍ عَدَدُ أَضْلَاعِهِ $ن$ يُسَاوِي $\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠°}{ن}$

مثــال ١

أَوْجِدْ عَدَدَ أَضْلَاعِ مُضَلَّعٍ مُحَدَّبٍ مُنْتَظِمٍ قِيَاسُ إِحْدَى زَوَايَاهُ $١٢٠°$

الحــــلُّ

∵ قِيَاسُ كُلِّ زَاوِيَةٍ مِنْ زَوَايَا مُضَلَّعٍ مُحَدَّبٍ مُنْتَظِمٍ عَدَدُ أَضْلَاعِهِ $ن = \frac{(ن - ٢) \times ١٨٠°}{ن}$

∴ $\frac{(ن - ٢) \times ١٨٠°}{ن} = ١٢٠°$

$١٨٠ ن - ٣٦٠° = ١٢٠ ن$

$٦٠ ن = ٣٦٠$

$ن = ٦$

حــلٌّ آخــر

قِيَاسُ الزَّاوِيَةِ الْخَارِجَةِ = $١٨٠°$ - قِيَاسُ الزَّاوِيَةِ الدَّاخِلَةِ

$= ١٨٠° - ١٢٠° = ٦٠°$

، لَكِنَّ مَجْمُوعَ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الْخَارِجَةِ = $٣٦٠°$

∴ عَدَدُ الأَضْلَاعِ = $٣٦٠° \div ٦٠° = ٦$

مثــال ٢

النِّسْبَةُ بَيْنَ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَةِ لِشَكْلٍ رُبَاعِيٍّ هِيَ ٢ : ٢ : ٣ : ٥

أَوْجِدْ قِيَاسَ أَكْبَرِ زَاوِيَةٍ فِي الشَّكْلِ الرُّبَاعِيِّ

الحــــلُّ

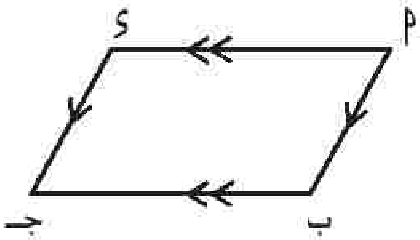
∵ مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَهِ = $(٤ - ٢) \times ١٨٠°$

$= ٣٦٠°$

قِيَاسُ أَكْبَرِ زَاوِيَةٍ = $\frac{٥}{٢ + ٢ + ٣ + ٥} \times ٣٦٠° = ١٥٠°$

متوازى الأضلاع :

هو شكل رباعى فيه كل ضلعين متقابلين متوازيان



خواص متوازى الأضلاع

(١) كل زاويتين متقابلتين متساويتان فى القياس

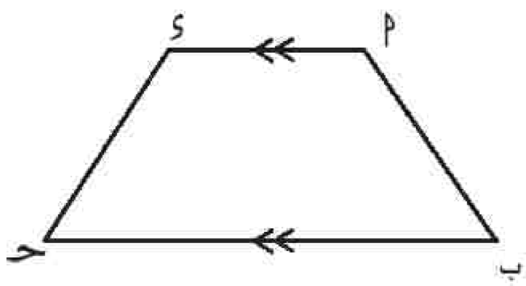
(٢) كل ضلعين متقابلين متساويان فى الطول .

(٣) القطران ينصف كل منهما الآخر.

(٤) مجموع قياسى أى زاويتين متتاليتين = ١٨٠°

ملاحظة

الشكل الرباعى الذى فيه ضلعان فقط متوازيان يسمى « شبه المنحرف »



متوازى الأضلاع وحالاته الخاصة

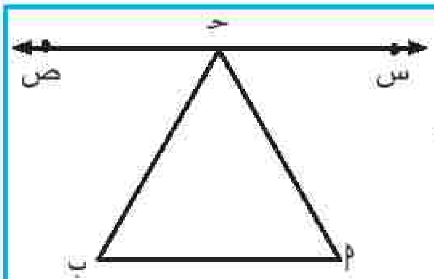
المخطط التالى يلخص الحالات المختلفة لمتوازى الأضلاع:



الدَّرْسُ الثالث

الْمُثَلَّث

نظرية (١) مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَةُ لِلْمُثَلَّثِ يُسَاوِي ١٨٠°



الْمُعْطَيَاتُ: ٮ ب حـ مُثَلَّثٌ

الْمَطْلُوبُ: إِثْبَاتُ أَنَّ: ٯ(∠ ٮ) + ٯ(∠ ب) + ٯ(∠ ٮحـ ب) = ١٨٠°

الْعَمَلُ: نَرْسُمُ حـس ↔ // ٮ ب

الْبُرْهَانُ: ∵ ∠ س حـ ص زَاوِيَةٌ مُسْتَقِيمَةٌ

∴ ٯ (∠ س حـ ٮ) + ٯ (∠ ٮ حـ ب) + ٯ (∠ ب حـ ص) = ١٨٠°

∵ س ص ↔ // ٮ ب ∴ ٯ (∠ س حـ ٮ) = ٯ (∠ ٮ) بِالتَّبَادُلِ

ٯ (∠ ص حـ ب) = ٯ (∠ ب) بِالتَّبَادُلِ

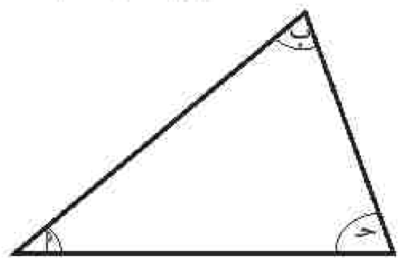
بإضافة ٯ (∠ ٮ حـ ب)

∴ ٯ (∠ ٮ) + ٯ (∠ ٮ حـ ب) + ٯ (∠ ب) = ١٨٠° **وَهُوَ الْمَطْلُوبُ**

● **الزواية الخارجة للمثلث :**

نَعْلَمْ أَنَّ:

الْمُثَلَّثُ لَهُ ثَلَاثُ زَوَايَا دَاخِلَةٌ قياساتها ٮ ، ب ، حـ

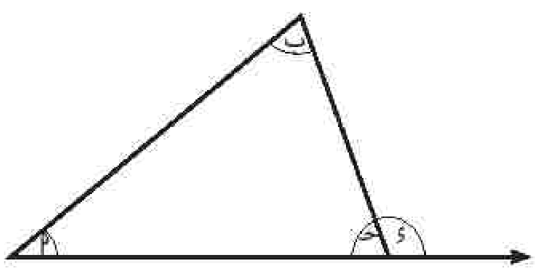


∵ ٮ + ب + حـ = ١٨٠°

∴ ٮ + ب + حـ = حـ + ى

∴ ٮ + ب = ى

، إِذَا مُدَّ ضِلْعٌ مِنْ أَضْلَاعِهِ يُنْتِجُ زَاوِيَةً خَارِجَةً لِلْمُثَلَّثِ قياسها ى



حـ + ى = ١٨٠° (زاوية مستقيمة)

- مما سبق نجد أن :

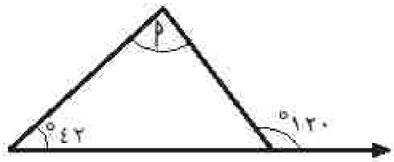
> قِيَاسَ أيِّ زَاوِيَةٍ خَارِجَةٍ لِلْمُثَلَّثِ يُسَاوِي مَجْمُوعَ قِيَاسي الزَّاوِيَتَيْنِ الدَّاخِلَتَيْنِ عَدَا الْمُجَاوِرَة لَهَا

مِثَالُ ١

في الأشكال الآتية :

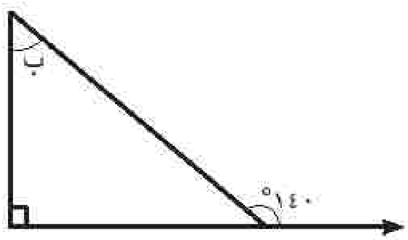
أوجد بالدرجات قيمة كل من: م، ب ، حـ ، س ، ص ، ع بِدُونِ قِيَاسِ الزَّوَايَا:

١



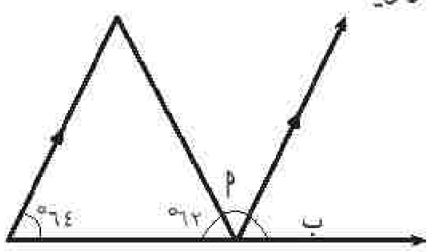
الحل : م = ١٢٠° - ٤٢° = ٧٨°

٢



الحل : ب = ١٤٠° - ٩٠° = ٥٠°

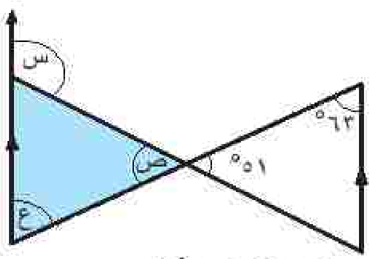
٣



الحل : ب = ٦٤° بِالتَنَاظُرِ

م = ١٨٠° - (٦٢° + ٦٤°) = ٥٤°

٤



الحل : ص = ٥١° بالتَقَابُلِ بِالرَّأسِ

ع = ٦٣° بِالْتَبَادُلِ

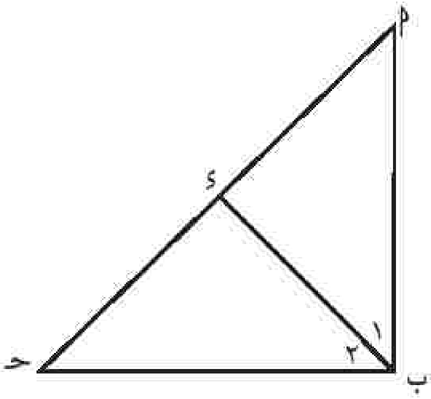
س = ١١٤° زَاوِيَةٌ خَارِجَةٌ لِلْمُثَلَّثِ الْمُظَلَّل

مِثَـــالٌ ٢

أ ب جـ مُثَلَّثٌ فِيهِ د ∈ $\overline{أجـ}$.

ق (∠ ١) = ق (∠ أ) ، ق (∠ ٢) = ق (∠ جـ)

أَثْبِتْ أَنَّ: ∠ أ ب جـ قَائِمَةٌ.



الحَـــلُّ

الْمُعْطَيَاتُ: ق (∠ ١) = ق (∠ أ) ، ق (∠ ٢) = ق (∠ جـ)

الْمَطْلُوبُ: أ ب جـ قَائِمَةٌ.

الْبُرْهَانُ: ∵ ق (∠ ١) = ق (∠ أ) ،

ق (∠ ٢) = ق (∠ جـ)

بِالْجَمْعِ

∴ ق (∠ ١) + ق (∠ ٢) = ق (∠ أ) + ق (∠ جـ)

∵ مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الدَّاخِلَةُ لِلْمُثَلَّثِ يُسَاوِي ١٨٠°

∴ ق (∠ أ ب جـ) = ق (∠ أ) + ق (∠ جـ) = ١٨٠° ÷ ٢ = ٩٠°

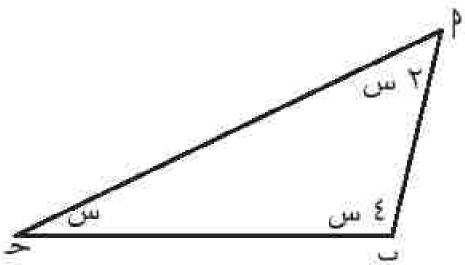
∴ ∠ أ ب جـ قَائِمَةٌ

وَهُوَ الْمَطْلُوبُ

مِثَـــالٌ ٣

أ ب جـ مُثَلَّثٌ فِيهِ ق (∠ أ) = ٢ ق (∠ جـ) ، ق (∠ ب) = ٤ ق (∠ جـ)

أَثْبِتْ أَنَّ: ∠ ب مُنْفَرِجَةٌ.



الحَـــلُّ

الْمُعْطَيَاتُ: ق (∠ أ) = ٢ ق (∠ جـ) = ٢ س ،

ق (∠ ب) = ٤ ق (∠ جـ) = ٤ س

الْمَطْلُوبُ: ∠ ب مُنْفَرِجَةٌ.

الْبُرْهَانُ: ∵ ق (∠ أ) + ق (∠ جـ) = س + ٢ س = ٣ س ، ق (∠ ب) = ٤ س

، ق (∠ ب) + ق (∠ أ) + ق (∠ جـ) = ١٨٠° نَظَرِيَّة

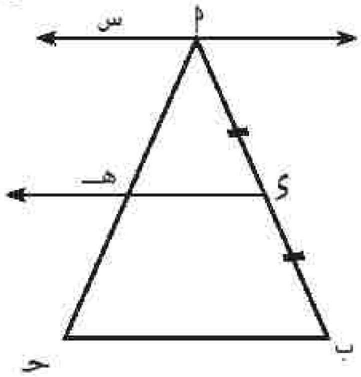
∴ ق (∠ ب) > ق (∠ أ) + ق (∠ جـ)

∴ ∠ ب مُنْفَرِجَةٌ.

وَهُوَ الْمَطْلُوبُ

نظرية (٢)

الشعاع المرسوم من منتصف ضلع فى المثلث موازيًا أحد الضلعين الآخرين ينصف الضلع الثالث .



المعطيات : ء منتصف $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overrightarrow{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

الْمَطْلُوبُ: إِثْبَاتُ أَنَّ: هـ منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$

العَمَلُ: نَرْسُمُ $\overleftrightarrow{\text{أ س}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

الْبُرْهَانُ: ∵ $\overleftrightarrow{\text{أ س}}$ // $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

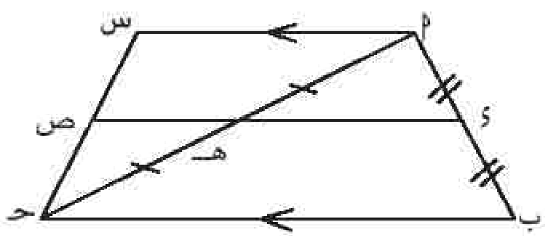
$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ قاطعان لهما فى ء ، هـ على الترتيب

، ∵ أ ء = ء ب ∴ أ هـ = هـ حـ

نتيجة : القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث توازى الضلع الثالث

مِثــالٌ

فى الشكل المقابل :



أ ء = ء ب ، أ هـ = هـ حـ ،

$\overline{\text{أ س}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$ ، $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ ∩ $\overline{\text{س حـ}}$ = {ص}

أثبت أن : ص منتصف $\overline{\text{س حـ}}$

البرهان : فى Δ أ ب حـ

∵ ء منتصف $\overline{\text{أ ب}}$
، هـ منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$
∴ $\overline{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

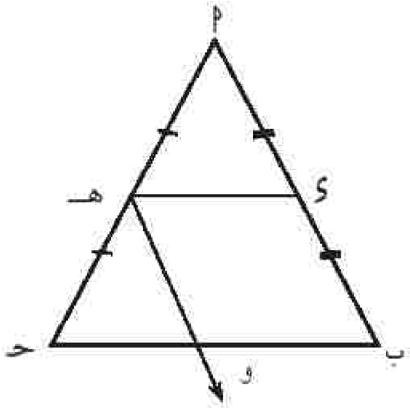
∵ $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$
، $\overline{\text{أ س}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$
∴ $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{أ س}}$

فى Δ حـ أ س

∵ هـ منتصف $\overline{\text{أ حـ}}$
، $\overleftarrow{\text{هـ ص}}$ // $\overline{\text{أ س}}$
∴ $\overleftarrow{\text{هـ ص}}$ ينصف $\overline{\text{حـ س}}$
∴ ص منتصف $\overline{\text{حـ س}}$

نظرية (٣)

طول القطعة المستقيمة المرسومة بين منتصفى ضلعين فى مثلث يساوى نصف طول الضلع الثالث.



المعطيات : ء منتصف ا ب ، هـ منتصف ا حـ

الْمَطْلُوبُ: إِثْبَاتُ أَنَّ:

ء هـ = $\frac{1}{2}$ ب حـ

العَمَلُ: نَرْسُمُ هـ و // ا ب ويقطع ب حـ فى و

الْبُرْهَانُ: فى Δ ا ب حـ

∵ ء منتصف ا ب ، هـ منتصف ا حـ ∴ ء هـ // ب حـ

∵ هـ و // ا ب ، هـ منتصف ا حـ ∴ و منتصف ب حـ ∴ ب و = $\frac{1}{2}$ ب حـ

∵ **الشكل ب ء هـ و متوازى الأضلاع**

∴ ء هـ = ب و = $\frac{1}{2}$ ب حـ

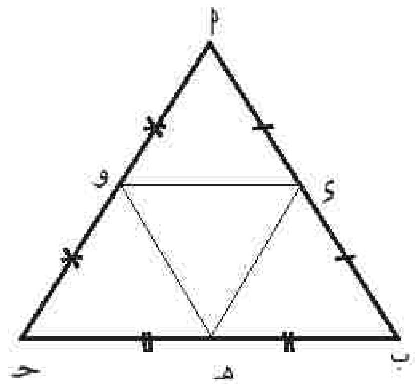
مثال ١

فى الشكل المقابل :

ا ب = ٥ سم ، ب حـ = ٨ سم ، حـ ا = ٧سم ،

ء ، هـ ، و منتصفات ا ب ، ب حـ ، حـ ا على الترتيب

احسب محيط Δ ء هـ و



البرهان : فى Δ ا ب حـ

∵ ء منتصف ا ب ، و منتصف ا حـ

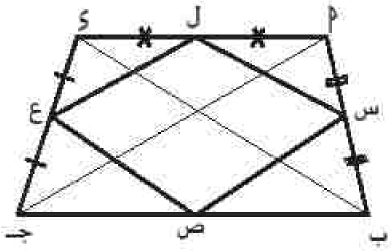
∴ ءو = $\frac{1}{2}$ ب حـ = ٤سم

بالمثل ء هـ = $\frac{1}{2}$ ا حـ = ٣,٥سم

، هـ و = $\frac{1}{2}$ ا ب = ٢,٥ سم

∴ **محيط** Δ ء هـ و = ٤ + ٣,٥ + ٢,٥ = ١٠ سم

مِثَــالٌ ٢



فى الشكل المقابل :

أ ب حـ ء شكل رباعى فيه

س ، ص ، ع ، ل منتصفات $\overline{أب}$ ، $\overline{ب حـ}$ ، $\overline{حـ ء}$ ، $\overline{ء أ}$ على الترتيب

أثبت أن : الشكل س ص ع ل متوازى الأضلاع

العمل : نرسم $\overline{أ حـ}$ ، $\overline{ب ء}$

البرهان : فى Δ أ ب ء

∵ س منتصف $\overline{أب}$ ، ل منتصف $\overline{أ ء}$ ∴ $\overline{س ل} // \overline{ب ء}$

بالمثل فى Δ حـ ب ء

$\overline{ص ع} // \overline{ب ء}$

∴ $\overline{س ل} // \overline{ص ع}$ ——————— (١)

بالمثل $\overline{س ص} // \overline{أ حـ}$ ، $\overline{ل ع} // \overline{أ حـ}$

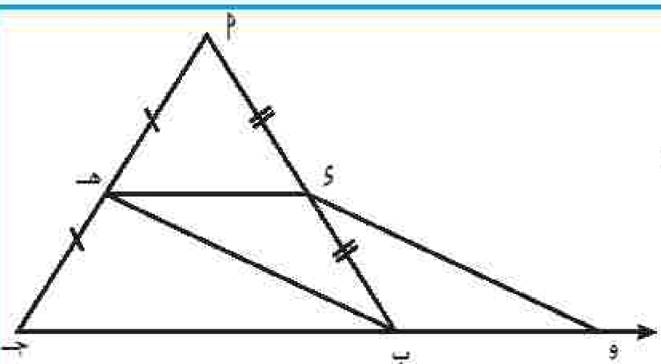
∴ $\overline{س ص} // \overline{ل ع}$ ——————— (٢)

من (١) ، (٢) ∴ الشكل س ص ع ل متوازى الأضلاع

تدريب :

فى المثال السابق : حاول بطريقة أخرى إثبات أن الشكل س ص ع ل متوازى الأضلاع

مِثَــالٌ ٣



فى الشكل المقابل :

ء ، هـ منتصفى $\overline{أب}$ ، $\overline{أ حـ}$ على الترتيب ،

و ∈ $\overleftarrow{حـ ب}$ حيث ب و = $\frac{١}{٢}$ ب حـ

أثبت أن الشكل ب هـ ء و متوازى الأضلاع

البرهان : فى Δ أ ب حـ

∵ ء منتصف $\overline{أب}$ ، هـ منتصف $\overline{أ حـ}$ ∴ $\overline{هـ ء} // \overleftarrow{حـ ب}$ ، هـ ء = $\frac{١}{٢}$ حـ ب

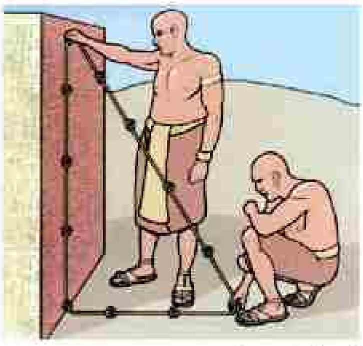
∵ ب و = $\frac{١}{٢}$ ب حـ ∴ هـ ء = ب و

ولكن $\overline{هـ ء} // \overline{ب و}$

∴ الشكل ب هـ ء و متوازى الأضلاع .

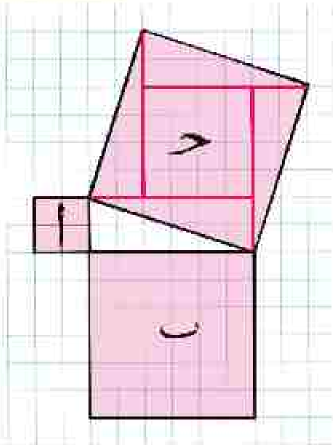
الدرسُ الرابع

نظرية فيثاغورث



استخدم قدماء المصريين مثلثًا مصنوعًا من حبل أطواله ٣ ، ٤ ، ٥ من وحدات الطول للحصول علي زاوية قائمة يستخدمونها في بناء الحوائط الرأسية .

من ذلك يتضح أن هذه النظرية كان المصريون القدماء يعرفونها قبل فيثاغورث بزمن طويل .

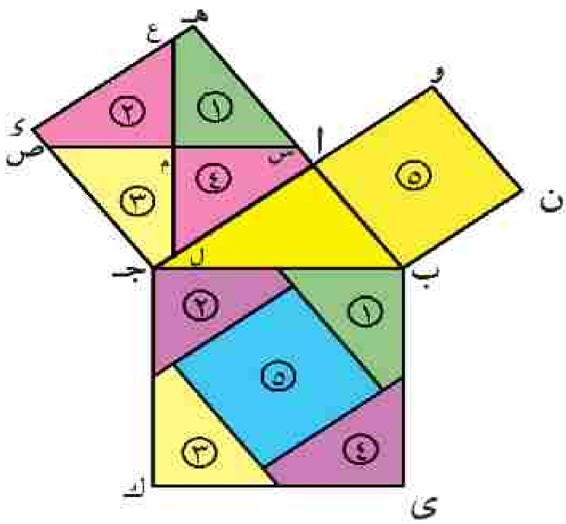


* في الشكل المقابل :

احسب ، ثم أكمل الجدول التالى :

مساحة المربع أ	مساحة المربع ب	مجموع مساحتى المربعين أ ، ب	مساحة المربع جـ
....	....	....	....

ما العلاقة بين مجموع مساحتي المربعين أ ، ب ومساحة المربع جـ ؟



نشاط (١)

١ ارسم أى مثلث أ ب جـ قائم الزاوية فى أ ثم أنشئ على أضلاعه مربعات كما بالشكل

٢ عين مركز المربع أ جـ ء هـ وليكن م نقطة تقاطع القطرين .

٣ ارسم $\overleftrightarrow{\text{م س}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ويقطع $\overline{\text{أ هـ}}$ فى س ، $\overline{\text{جـ ى}}$ فى ص

٤ ارسم $\overleftrightarrow{\text{م ع}}$ ⊥ $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ فيقطع $\overline{\text{أ جـ}}$ فى ل ، $\overline{\text{هـ ى}}$ فى ع

٥ افصل المنطقتين المربعتين أ ب ن و ، أ جـ د هـ وجزئ المنطقة أ جـ د هـ إلى المناطق (١) ، (٢) ، (٣) ، (٤) ثم حاول لصقها على المناطق ذات الأرقام المناظرة لها فى المربع ب جـ ك ى .

٦ فاذا كان رسمك وعملك دقيقًا فسوف تجد أنها تنطبق عليها تمامًا كما فى الشكل .

فنستنتج أن :

مساحة المنطقة المربعة ب جـ ك ى = مساحة المنطقة المربعة أ ب ن و

+ مساحة المنطقة المربعة أ جـ د هـ

أى أن مساحة المربع المنشأ على $\overline{\text{ب جـ}}$ = مساحة المربع المنشأ على $\overline{\text{أ ب}}$ +

مساحة المربع المنشأ على $\overline{\text{أ جـ}}$

كرر المحاولة تصل إلى الاستنتاج السابق.

٧ هل يمكنك صياغة ما توصلت اليه فى صورة لفظية ؟

نشاط (٢)

أ ب جـ ى مربع قسم اطوال اضلاعه

$\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{جـ ى}}$ ، $\overline{\text{ى أ}}$ حسب ماهو موضح بالرسم

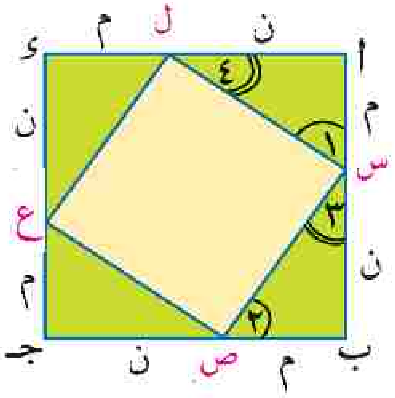
حيث أ س = م وحدة ، س ب = ن وحدة .

أولاً: أثبت أن الأربع مثلثات فى الشكل متطابقة (ضلعين والزاوية المحصورة)

ثانيًا: أثبت أن الشكل س ص ع ل مربع

ثالثًا: فيكون مساحة المربع س ص ع ل = مساحة المربع أ ب جـ د

- ٤ مساحة المثلث س ب م

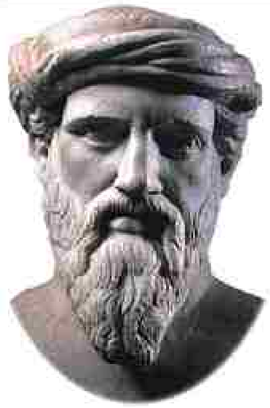


فيكون $(\text{س ص})^2 = (\text{م} + \text{ن})^2 - 4 \times \frac{1}{2}\ \text{م ن}$

$(\text{س ص})^2 = \text{م}^2 + 2\ \text{م ن} + \text{ن}^2 - 2\ \text{م ن}$

$\therefore\ (\text{س ص})^2 = \text{م}^2 + \text{ن}^2$

وبذلك نتوصل إلى نظرية فيثاغورث



فيثاغورس (٥٨٢ - ٥٠١ ق.م)

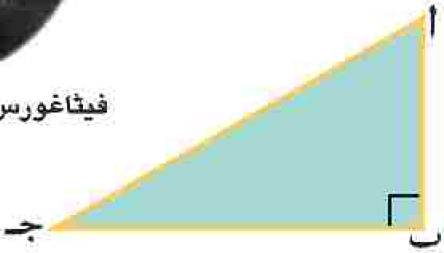
نظرية فيثاغورث:

فى المثلث القائم الزاوية مساحة المربع المنشأ علي الوتر يساوى مجموع مساحتى المربعين المنشأين على ضلعى القائمة.

أى أن: فى المثلث أ ب جـ :

إذا كان ق(∠ب) = ٩٠

فإن: (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} = (أ جـ)^{٢}



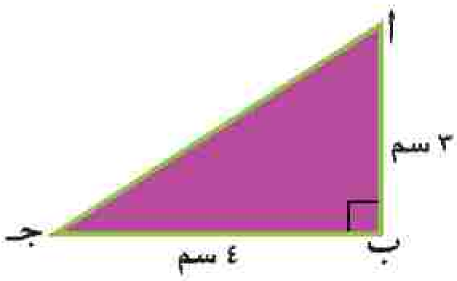
مثـــال

أ ب جـ مثلث قائم الزاوية في ب أوجد طول الضلع الثالث فى △أ ب جـ

إذا كان: أولاً: أ ب = ٣سم ، ب جـ = ٤سم

ثانيًا: أ ب = ٥سم ، أ جـ = ١٣ سم

الحـــلُ

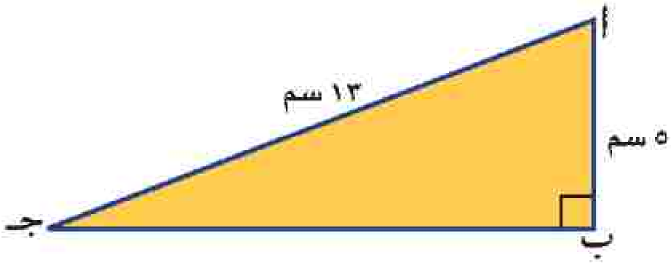


أولاً: ∵ أ ب جـ قائم الزاوية فى ب

∴ (أ جـ)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب جـ)^{٢}

= ٩ + ١٦ = ٢٥

∴ أ جـ = $\sqrt{٢٥}$ = ٥سم



ثانيًا: ∵△أ ب جـ قائم الزاوية فى ب

∴ (ب جـ)^{٢} = (أ جـ)^{٢} - (أ ب)^{٢}

= ١٦٩ - ٢٥ = ١٤٤

∴ ب جـ = $\sqrt{١٤٤}$ = ١٢ سم

الدَّرْسُ الخامس

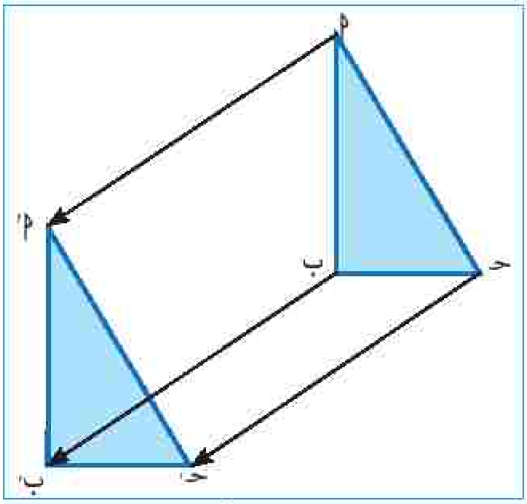
التَّحْوِيلَاتُ الْهَنْدَسِيَّةُ

* سبق لنا دراسة:

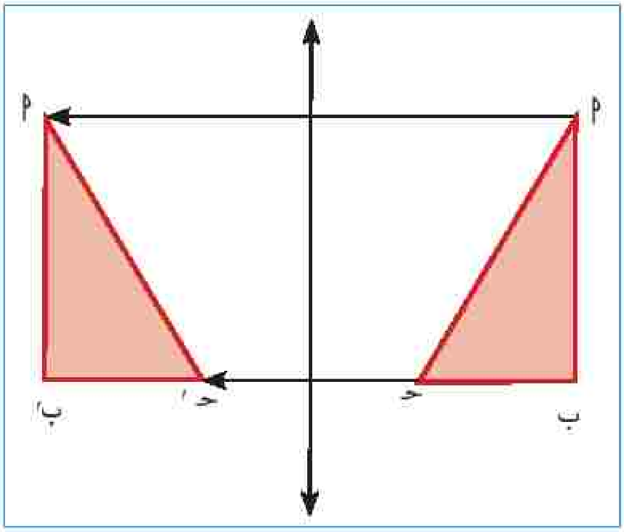
عِنْدَمَا يُحَوَّلُ شَــكْلٌ هَنْدَسِيٌّ إِلَى شَكْلٍ هَنْدَسِــيّ آخَــر يُقَالُ إِنَّــهُ تَحْــتَ تَأْثِيرِ تَحْوِيلَةٍ هَنْدَسِيَّةٍ.

وَالتَّحْوِيلَاتُ الْهَنْدَسِيَّةُ مُتَعَدِّدَةٌ وَمِنْ أَمْثِلَتِهَا:

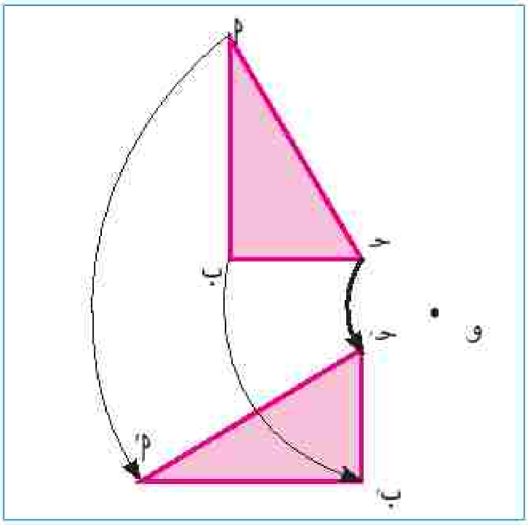
الِانْتِقَالُ



الِانْعِكَاسُ



الدَّوَرَانُ



فِي كُلِّ شَكْلٍ مِنَ الْأَشْكَالِ الثَّلَاثَةِ تُوجَدُ عَلَاقَةٌ بَيْنَ النُّقَطِ وَنَظَائِرِهَا فِي الْمُثَلَّثَيْنِ

النُّقْطَةُ أ تَتَحَوَّلُ إِلَى أَ : أ ⟵ أَ

النُّقْطَةُ ب تَتَحَوَّلُ إِلَى بَ : ب ⟵ بَ

النُّقْطَةُ ﺣ تَتَحَوَّلُ إِلَى ﺣَ : ﺣ ⟵ ﺣَ

النُّقَطُ أَ ، بَ ، ﺣَ هِيَ صُوَرُ النُّقَطِ أ ، ب ، ﺣ

التَّحْوِيلَةُ الْهَنْدَسِيَّةُ تُحَوِّلُ كُلَّ نُقْطَةِ ن فِي الْمُسْتَوَى إِلَي نُقْطَةِ نَ فِي الْمُسْتَوَى نَفْسِهِ .

مثال ١

أوجد صورة Δ أ ب حـ

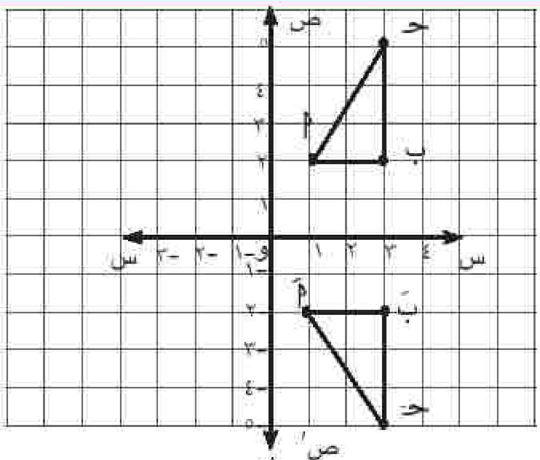
حيث أ (١ ، ٢) ، ب (٣ ، ٢) ، حـ (٣ ، ٥)

بالتحويلات الهندسية الآتية :

(١) (س ، ص) ⟵ (س ، -ص)

(٢) (س ، ص) ⟵ (س + ١ ، ص - ٣)

(٣) (س ، ص) ⟵ (-ص ، س)

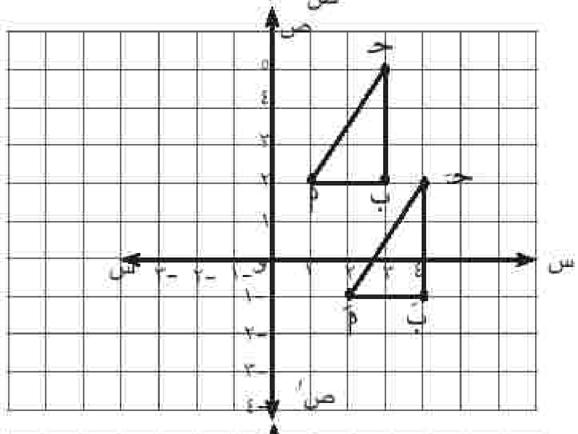


(١) ∵ (س ، ص) ⟵ (س ، - ص)

∴ أ (١ ، ٢) ⟵ أَ (١ ، -٢) ،

ب (٣ ، ٢) ⟵ بَ (٣ ، -٢) ،

حـ (٣ ، ٥) ⟵ حـَ (٣ ، -٥)

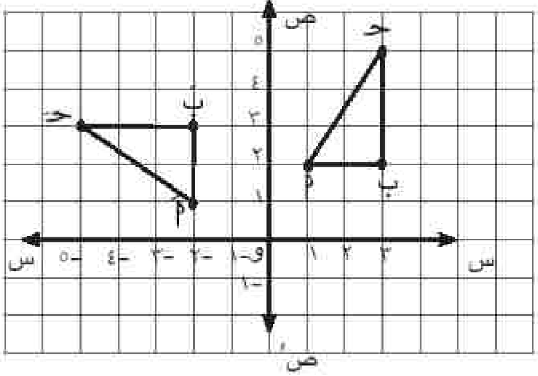


(٢) ∵ (س ، ص) ⟵ (س + ١ ، ص - ٣)

∴ أ (١ ، ٢) ⟵ أَ (٢ ، -١) ،

ب (٣ ، ٢) ⟵ بَ (٤ ، -١) ،

حـ (٣ ، ٥) ⟵ حـَ (٤ ، ٢)



(٣) ∵ (س ، ص) ⟵ (- ص ، س)

∵ أ (١ ، ٢) ⟵ أَ (-٢ ، ١) ،

ب (٣ ، ٢) ⟵ بَ (-٢ ، ٣) ،

حـ (٣ ، ٥) ⟵ حـَ (-٥ ، ٣)

الدَّرْسُ السادس

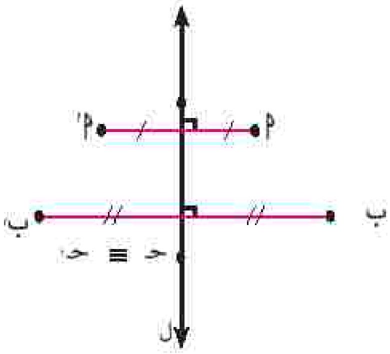
الانْعِكَــاسُ



عِنْدَمَـا تَقِفُ أَمَامَ الْمِرْآةِ وتَظْهَرُ صُورَتُـكَ فيها فَأَنْتَ تَبْعُدُ عَنْ الْمِرْآةِ نَفْسَ بُعْدِ صُورَتِكَ عَنْهَا.

يُوَضِّحُ الشَّـكْلُ تَحْوِيلَةً هَنْدَسِـيَّةً تُسَمَّى انْعِكَاسًـا، وَيُعَبَّرُ عَنِ الْمِرْآةِ بِخَطِّ الانْعِكَاس.

الإنْعِكَاسُ فِي مُسْتَقِيم



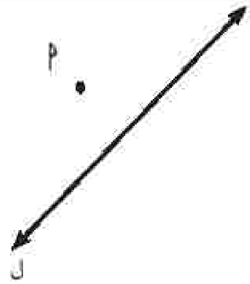
الانْعِكَاسُ فِي مُسْتَقِيم ل يُحَوِّلُ كُلُّ نُقْطَةِ أ إلَى أ′، ب إلَى ب′، حـ إلَى حـ′ بِحَيْثُ :

١) إذَا كَانَتِ أ ∉ ل ، فَإِنَّ ل هُوَ الْعَمُودُ الذي ينصف $\overline{\text{أ أ}'}$

٢) إذَا كَانَتِ ب ∉ ل فَإِنَّ ل هو العمود الذى ينصف $\overline{\text{ب ب}'}$

٣) إذَا كَانَتِ جـ ∈ ل فإن الصورة هى نفسها .

مثـــال ١

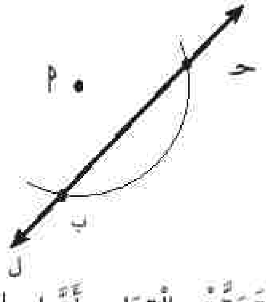


فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ :

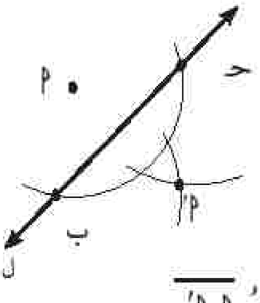
أَوْجِدْ أ′ صُورَةَ النُّقْطَة أ بِالإنْعِكَاسِ فِي الْمُسْتَقِيمِ ل

الحَــــلُّ

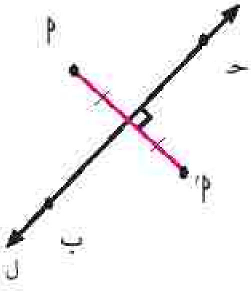
ارْسُمْ قَوْسًا مِنْ دَائِرَةٍ مَرْكَزُهَا أ يَقْطَعُ ل فِي ب ، حـ



اركز فِي ب ، حـ بِنَفْسِ الْفَتْحَةِ ارْسُمْ قَوْسَيْنِ يَتَقَاطَعَانِ فِي أ′



أ′هِي صُورَة أ بِالِانْعِكَاسِ فِي ل



تَحَقَّقْ بِالْقِيَاسِ أَنَّ ل ⊥ $\overline{\text{أ أ}'}$. ل يُنَصِّفُ $\overline{\text{أ أ}'}$

مثـــال ٢

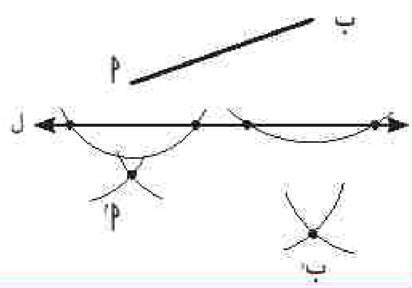
فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ :

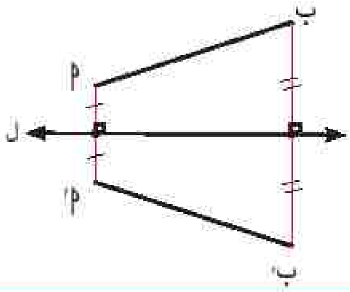


أَوْجِدْ صُورَةَ أ ب بِالانْعِكَاسِ فِي الْمُسْتَقِيمِ ل

الحَـــلُّ

أَوْجِدْ صُورَةَ أ ، ب بِالِانْعِكَاسِ فِي ل   ارسم أ′ ب′

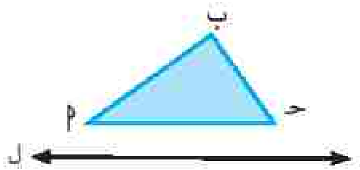




أ′ ب′ هِيَ صُورَةُ أ ب بِالِانْعِكَاسِ فِي ل.
تَحَقَّقْ بِالْقِيَاسِ أَنَّ ل هُوَ الْعَمُودُ الْمُنَصِّفُ لِكُلٍّ مِنْ أ أ′ ، ب ب′
وَأَنَّ أ ب = أ′ ب′

مثـــال ٣

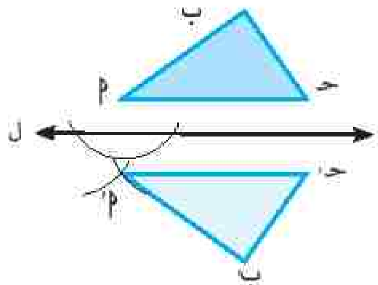
فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ :



أَوْجِدْ صُورَةَ الْمُثَلَّثِ أ ب جـ بِالِانْعِكَاسِ فِي الْمُسْتَقِيمِ ل

الحَـــلُّ

أَوْجِدْ صُورَةَ كُلٍّ مِنْ أ ، ب ، جـ بِالِانْعِكَاسِ فِي ل



Δ أ′ ب′ جـ′ هُوَ صُورَةُ Δ أ ب جـ بِالِانْعِكَاسِ فِي ل

قَارِنْ بِالْقِيَاسِ عَنَاصِرَ الْمُثَلَّثِ أ ب جـ وَعَنَاصِرَ الْمُثَلَّث أ′ ب′ جـ′ ثُمَّ أَكْمِلْ مَا يَلِي:

١) الْمُسْتَقِيمُ ل هُوَ الْعَمُودُ الْمُنَصِّفُ لِكُلٍّ مِنْ ...... ، ...... ، ......

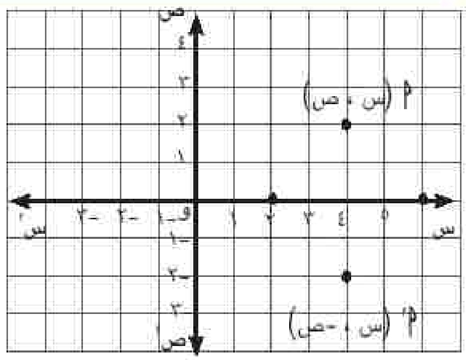
٢) قِرَاءَةُ الْمُثَلَّثِ أ ب جـ مَعَ دَوَرَانِ عَقَارِبِ السَّاعَةِ ، بَيْنَمَا قِرَاءَةُ الْمُثَلَّثِ أ′ ب′ جـ′ ...... عَقَارِبِ السَّاعَةِ.

٣) أ ب = ... ، ب جـ = ... ، جـ أ = ...

٤) ق (∠ أ) = ق (∠ ......) ، ق (∠ ب) = ق (∠ ......) ، ق (∠ جـ) = ق (∠ ......)

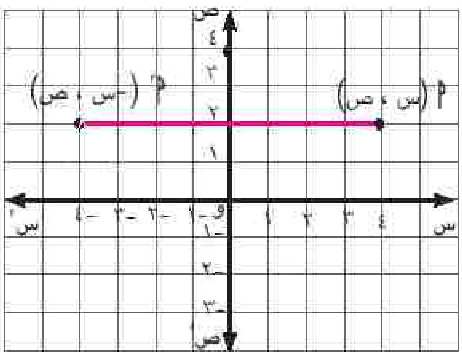
٥) الِانْعِكَاسُ هُوَ تَحْوِيلَة هَنْدَسِيَّة تُحَوِّلُ الشَّكْلَ الْهَنْدَسِيَّ إِلَى شَكْلٍ آخَرَ ...... لَهُ.

الِانْعِكَاسُ فِي الْمُسْتَوَي الإِحْدَاثِيِّ



الِانْعِكَاسُ فِي مِحْوَرِ س يُحَوِّلُ :

أ (س ، ص) ⟵ أ′ (س ، -ص)



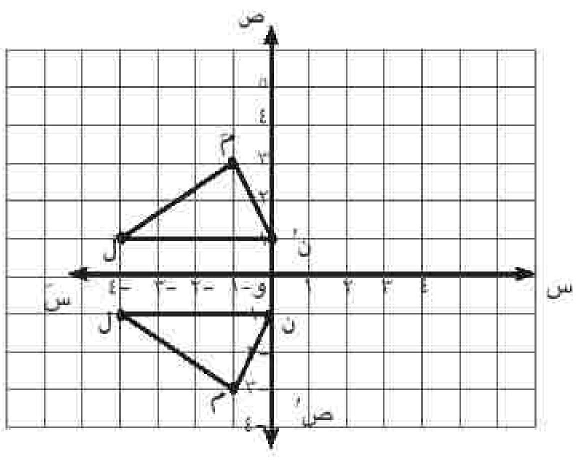
الِانْعِكَاسُ فِي مِحْوَرِ ص يُحَوِّلُ :

أ (س ، ص) ⟵ أ′ (- س ، ص)

مثـــال ١

بِاسْــتِخْدَامِ الشَّــبَكَةِ التَّرْبِيعِيَّةِ الْمُتَعَامِدَةِ أَوْجِدْ صُورَةَ الْمُثَلَّثِ ل م ن حَيْثُ ل (-٤ ، -١) ، م (-١ ، -٣) ، ن (٠ ، -١) بِالِانْعِكَاسِ فِي مِحْوَرِ س

الحَـــلُّ



خواص الانعكاسُ فى المستوى

سبق أن درست الانعكاسُ كتحويلة هندسية تحول الشكلَ الهندسيَّ إلى شكلٍ هندسيٍّ آخر مطابق له

والأن سوف نعرض خواص الانعكاس فى المستوى من خلال المثال التالى

مثـــال ٢

فى نظامٍ إحداثى متعامدٍ: أ ب جـ ء مستطيل، حيث:

أ (١، ١)، ب(٥، ١)، جـ (٥، ٤)، ء (١، ٤)

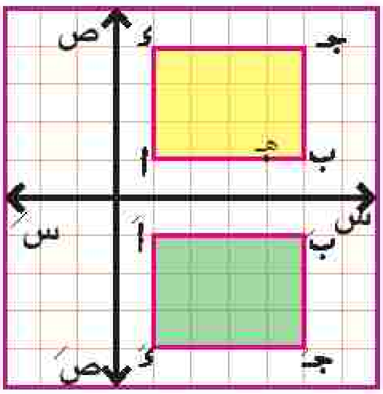
أوجد بالرسم:

أولاً: صورةُ المستطيل أ ب جـ ء بالانعكاس فى محور السينات.

ثانيًا: صورةُ المستطيل أ ب جـ ء بالانعكاس فى محور الصادات.

الحل

أولاً: الانعكاسُ فى محور السينات:



لتكن: أ َ صورة أ (١، ١)

∴ أ َ = (١، -١)

ب َ صورة ب (٥، ١)

∴ ب َ = (٥، -١)

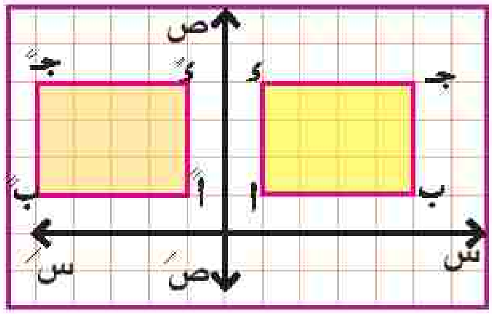
جـ َ صورة جـ (٥، ٤)

∴ جـ َ = (٥، -٤)

ء َ صورة ء (١، ٤) ∴ ء َ = (١، -٤)

∴ المستطيل أ َ ب َ جـ َ ء َ هو صورة المستطيل أ ب جـ ء بالانعكاس فى محور السينات.

ثانيًا: الانعكاسُ فى محور الصادات:



لتكن: أ″ صورة أ (١، ١) ∴ أ″ = (-١، ١)

ب″ صورة ب (٥، ١) ∴ ب″ = (-٥، ١)

جـ″ صورة جـ (٥، ٤) ∴ جـ″ = (-٥، ٤)

ى″ صورة ى (١، ٤) ∴ ى″ = (-١، ٤)

∴ المستطيلُ أ″ ب″ جـ″ ى″ هو صورة المستطيل أ ب جـ ى بالانعكاس فى محور الصادات.

قس واستنتج قس طولَ كلِّ ضلع من أضلاع المستطيل وصورته بالانعكاس وقارن بينهما ، ماذا تلاحظ ؟
هل قياسُ كل زاوية من زوايا المستطيل مساوٍ لقياس صورتها؟

تعلم أن: فى المستطيل أ ب جـ ى $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{ى جـ}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ // $\overline{\text{أ ى}}$

هل $\overline{\text{أ′ ب′}}$ // $\overline{\text{ى′ جـ′}}$ ، $\overline{\text{ب′ جـ′}}$ // $\overline{\text{أ′ ى′}}$ ؟

هل $\overline{\text{أ″ ب″}}$ // $\overline{\text{ى″ جـ″}}$ ، $\overline{\text{ب″ جـ″}}$ // $\overline{\text{أ″ ى″}}$ ؟ ماذا تستنتج ؟

هل المستطيل أ ب جـ ى يطابق المستطيل أ′ ب′ جـ′ ى′ ؟

هل المستطيل أ ب جـ ى يطابق المستطيل أ″ ب″ جـ″ ى″ ؟

لتكن النقطة هـ ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ عين النقطة هـ′ صورة النقطة هـ بالانعكاس فى محور السينات هل هـ′ ∈ $\overline{\text{أ′ ب′}}$ ؟

خواص الانعكاس فى مستقيم :

1. **الانعكاسُ يحافظُ على أطوالِ القطع المستقيمة.**
2. **الانعكاسُ يحافظُ على البينية.**
3. **الانعكاسُ يحافظُ على قياسات الزوايا.**
4. **الانعكاسُ يحافظُ على التَّوازى.**

هل يحافظُ الانعكاسُ على التَّرتيبِ الدورانىِّ لرؤوس الشكل؟

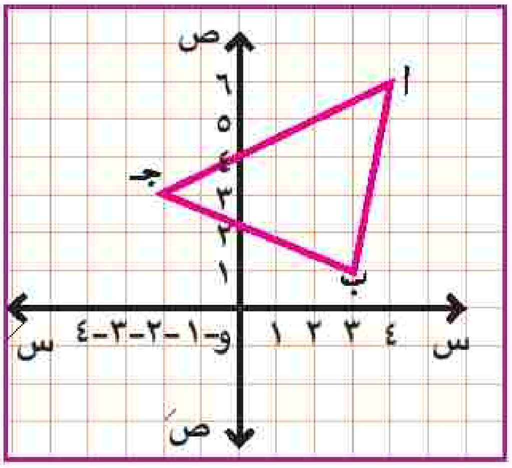
هل ترتيبُ حروف المستطيل أ ب جـ ى وصورته بالانعكاس فى ل هى نفس ترتيبِ حروف صورته؟

مثال ٣

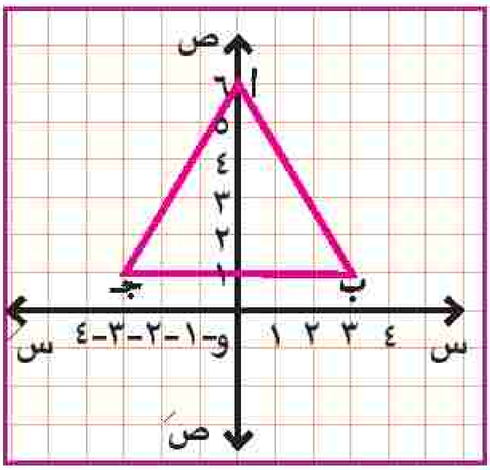
على الشَّبكةِ التربيعية فى الشكلين التاليين:

ارسم صورة △ أ ب جـ بالانعكاس فى محور الصادات.

١



٢

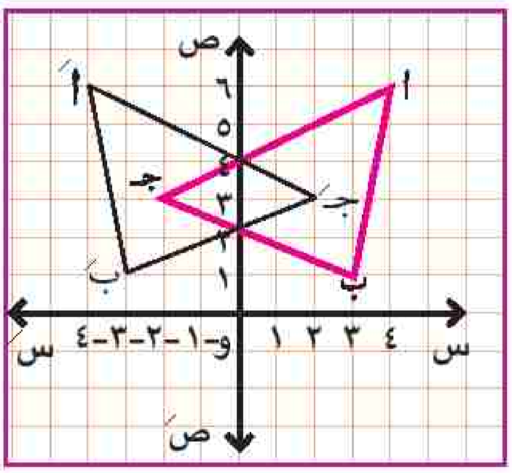


الحل: نعين الزوج المرتب الذي يمثل صورة كل رأس في المثلث بالانعكاس في محور الصادات كالتالي :

أ (٤، ٦) ! أ َ(-٤، ٦)

ب (٣، ١) ! ب َ (-٣، ١)

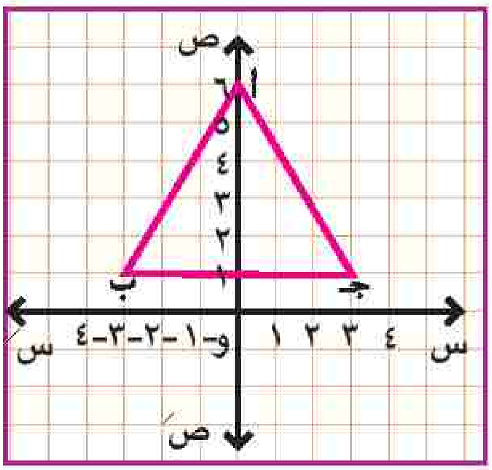
جـ (-٢، ٣) ! جـ َ (٢، ٣)



أ (٠، ٦) ! أ َ(٠، ٦) ▬ أ

ب (٣، ١) ! ب َ (-٣، ١) ▬ جـ

جـ (-٣، ١) ! جـ َ (٣، ١) ▬ ب

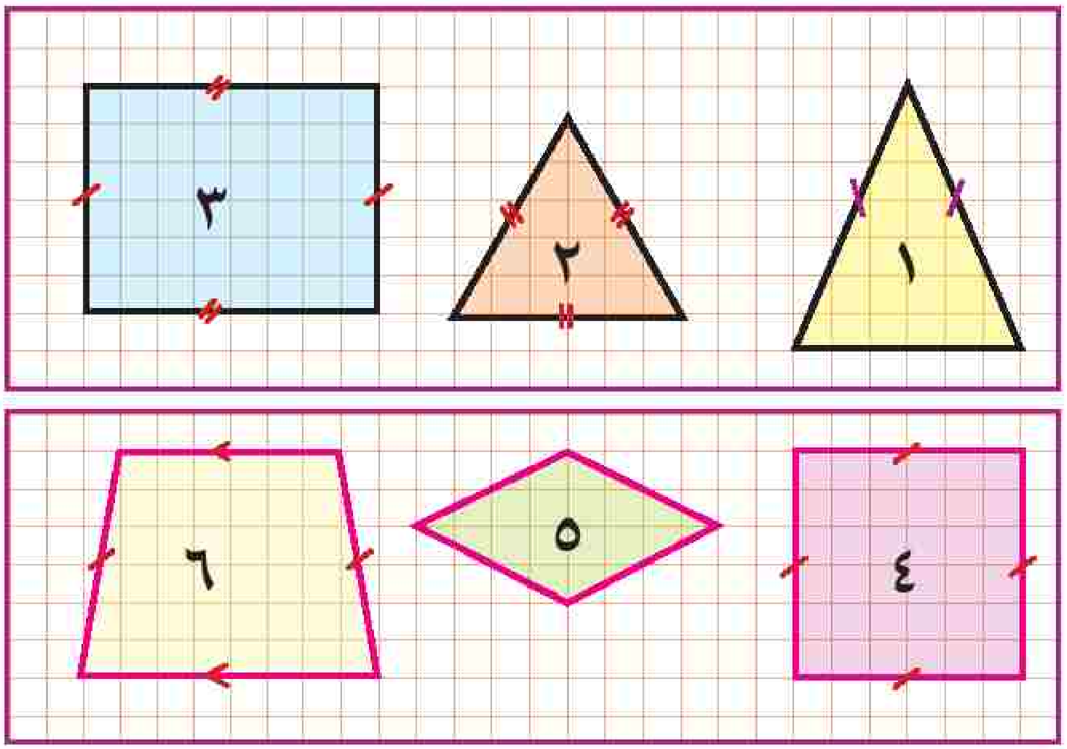


لاحظ أن: إذا كان الانعكاسُ فى مستقيمٍ يحولُ الشكلَ إلى نفسه فإن هذا المستقيمَ يسمى محورَ تماثلٍ للشكل.

ففى الشكلِ الثانى: محور الصادات $\overleftrightarrow{\text{ص ص َ}}$ هو محور تماثل للمثلث أ ب جـ.

هيا نفكر

باستخدامِ الأشكالِ التالية ، وضح عدد محاور التَّماثل لكلٍّ من:



(١) المثلث المتساوى الساقين.

(٢) المثلث المتساوى الأضلاع.

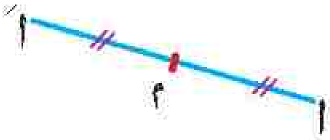
(٣) المستطيل .

(٤) المربع.

(٥) المعين.

(٦) شبه المنحرف المتساوى الساقين.

الانعكاس فى نقطة



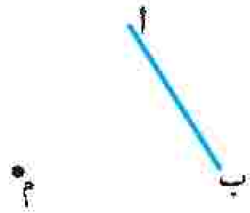
الانعكاسُ فى نقطة م يحولُ كلَّ نقطة أ فى المستوى إلى النقطة أ َ فى نفس المستوى بحيث تكون م منتصف القطعة المستقيمة $\overline{\text{أأَ}}$

وتسمى النقطةُ م **مركز الانعكاس** وتكون صورة م بالانعكاس فى م هى نفسها.

لذلك فإن الانعكاس فى نقطة هو تساوى قياسى.

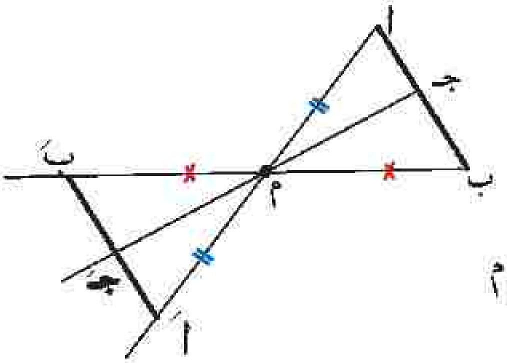
مثــال ١

فى الشكل المقابل:



م ∌ $\overline{\text{أ ب}}$ أوجد صورة $\overline{\text{أ ب}}$ بالانعكاس فى النقطة م.

الحل



١ نرسم $\overleftarrow{\text{أ م}}$ ونعين أ َ على $\overleftarrow{\text{أ م}}$ بحيث أ َ م = أ م

٢ نرسم $\overleftarrow{\text{ب م}}$ ونعين ب َ على $\overleftarrow{\text{ب م}}$ بحيث ب َ م = ب م

٣ ارسم $\overline{\text{أ َ ب َ}}$

٤ لكل جـ ∈ $\overline{\text{أ ب}}$ عين جـ َ على $\overleftarrow{\text{جـ م}}$ بحيث جـ َ م = جـ م

هل جـ َ ∈ $\overline{\text{أ َ ب َ}}$؟

∴ $\overline{\text{أ َ ب َ}}$ هى صورة $\overline{\text{أ ب}}$ بالانعكاس فى النقطة م.

الانعكاسُ فى نقطة

١ يحافظُ على أطوال القطع المستقيمة.

٢ يحافظُ على قياسات الزوايا.

٣ يحافظُ على توازى المستقيمات.

الانعكاس فى نقطة الأصل فى مستوى إحداثى متعامد

فى المستوى الإحداثى المتعامد ذى البعدين:

الانعكاس فى نقطة الأصل و (٠، ٠) يحول:

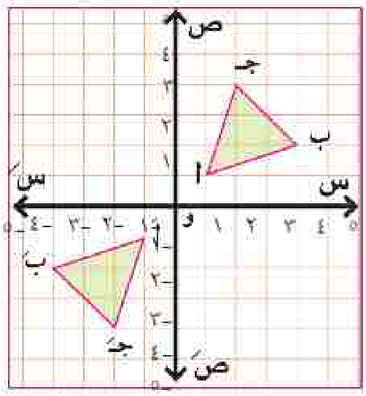
أ (س، ص) ← أ َ (-س، -ص)

مثلاً:

صورة النقطة أ (-٣، ٢) بالانعكاس فى نقطة الأصل هى النقطة أ َ (٣، -٢)

مثال ٢

فى **الشكل المقابل** المثلث أ َ ب َ جـ َ صورة المثلث أ ب جـ بالانعكاس فى و حيث أ (١، ١) ، ب (٤، ٢) ، جـ (٢، ٤)



مثال ٣

١ ارسم على الشبكة البيانية المتعامدة

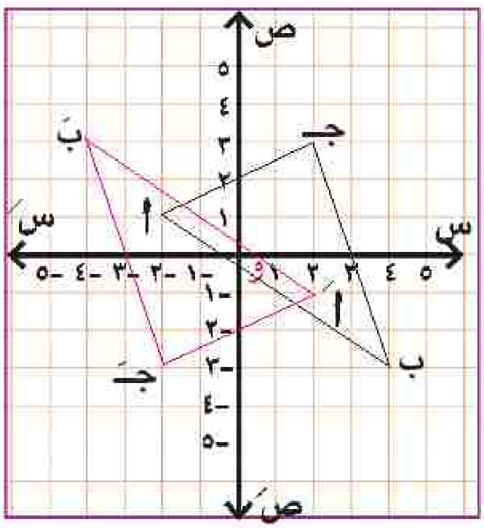
ثم اكتب الأزواج المرتبة التي تمثل صورة رؤوس △ أ ب جـ بالانعكاس في نقطة الأصل .

△ أ ب جـ حيث: أ (-٢، ١)، ب (٤، -٣)، جـ (٢، ٣)

ثم أكمل: أ (-٢، ١) ←بالانعكاس فى (٠، ٠)— أ َ (٢، -١)

ب (٤، -٣) ← ب َ (-٤، ٣)

جـ (٢، ٣) ← جـ َ (-٢، -٣)



ارسم △ أ َ ب َ جـ َ صورة △ أ ب جـ بالانعكاس فى نقطة الأصل و.

لاحظ أن: الانعكاسُ فى نقطةٍ يحافظُ على الاتجاهِ الدورانيِّ لترتيب رؤوس الشكل.

الدَّرْسُ السابع

الاِنْتِقَــالُ

* سبق لنا دراسة:

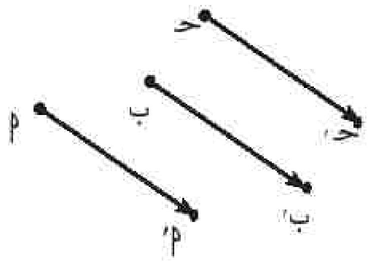


تُوَضِّحُ الصُّورَةُ انْتِقَالًا مِنْ مَكَانٍ إِلَى مَكَانٍ آخَرَ فِي اتِّجَاهٍ مُعَيَّنٍ.

الاِنْتِقَــالُ هُوَ تَحْوِيلَةٌ هَنْدَسِــيَّةٌ تُحَــوِّلُ كُلَّ نُقَطِ الْمُسْــتَوَى: أ ، ب ، حـ ، ... مَسَــافَةً ثَابِتَةً فِي اتِّجَاهٍ مُعَيَّنٍ بِحَيْثُ:

أ أ' = ب ب' = حـ حـ'

أ أ' // ب ب' // حـ حـ'



مثــال ١

فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

ارْسُمْ صُورَةَ النُّقْطَةِ أ بِانْتِقَالِ م ن فِي اتِّجَاهِ م ن

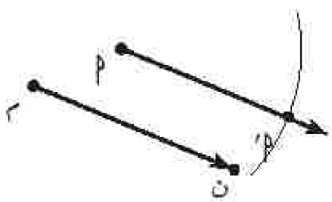


الحَــــلُّ

ارْسُــمْ مِنْ أ شُــعَاعًا يُوَازِي الشُّــعَاعَ م ن وَفِي نَفْسِ اتِّجَاهِهِ



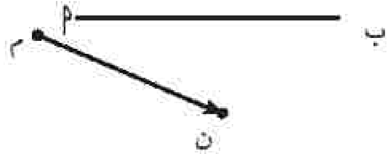
ارْكُـزْ سـن الفرجار فِي أ وَارْسُـمْ قَوْسًـا مِنْ دَائِرَةٍ طُول نِصْفُ قُطْرِهَا يُسَاوِي م ن



تُسَمَّى النُّقْطَةُ أ' صُورَةَ النُّقْطَةِ أ بِالاِنْتِقَالِ مَسَافَةَ م ن فِي اتِّجَاهِ م ن

أ أ' = م ن ،
أ أ' // م ن

مثـــال ٢



فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

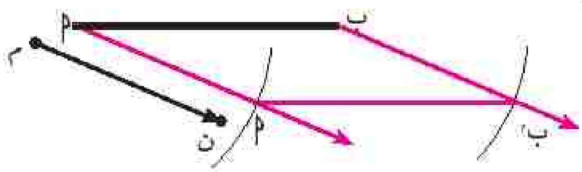
ارسم صورة $\overline{\text{أ ب}}$ بِانْتِقَالِ م ن فِي اتِّجَاهِ $\overleftarrow{\text{م ن}}$

الحَــــلُّ

ارْسُمْ شُعَاعَيْنِ مِنْ أ ، ب يُوازِيَانِ $\overleftarrow{\text{م ن}}$ وَفِي نَفْسِ الاتِّجَاهِ.



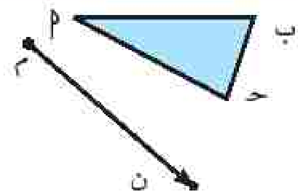
ارْكُزْ سن الفرجار في كل من أ ، ب وَارْسُمْ قَوْسَيْنِ مِنْ دَائِرَةٍ نِصْفُ قُطْرِهَا يُسَــاوِي م ن فَيَقْطَعَانِ الشُّـعَاعَيْنِ فِي أَ' ، بَ' ، ارسم $\overline{\text{أ' ب'}}$



تَحَقَّقْ مِنْ أَنَّ: أ ب = أ' ب' ، $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{أ' ب'}}$

$\overline{\text{أ' ب'}}$ هِيَ صُورَةُ $\overline{\text{أ ب}}$ بِانْتِقَالِ م ن فِي اتِّجَاهِ $\overleftarrow{\text{م ن}}$

مثـــال ٣



فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

ارسم صُورَةَ Δ أ ب حـ بِانْتِقَالِ م ن فِي اتِّجَاهِ $\overleftarrow{\text{م ن}}$

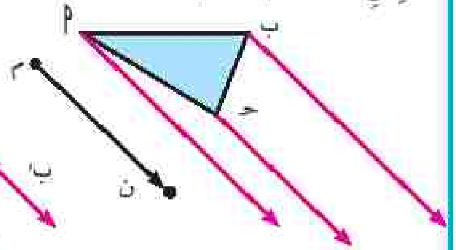
الحَــــلُّ

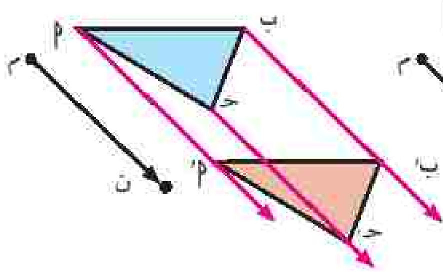
مِنْ النقط أ ، ب ، حـ ارْسُمْ أَشِعَّةً تُوَازِي $\overleftarrow{\text{م ن}}$

عَيِّنْ أ' ، ب' ، حـ' بِحَيْثُ

أ أ' = ب ب' = حـ حـ' = م ن

صِلِ النُّقَطَ أ' ، ب' ، حـ'





لاحظ أن:

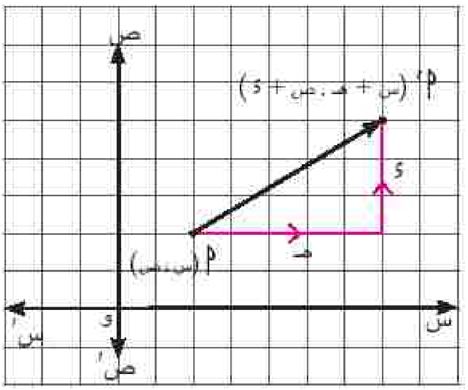
١) أ ب = أ' ب' ، ب حـ = ب' حـ' ،
حـ أ = حـ' أ'

٢) ق (∠ أ) = ق (∠ أ') ،
ق (∠ ب) = ق (∠ ب') ،
ق (∠ حـ) = ق (∠ حـ')

ملحوظـة: الِانْتِقَـالُ هُـوَ تَحْوِيلَـةٌ هَنْدَسِيَّةٌ تُحَوِّلُ الشَّكْلَ الْهَنْدَسِيَّ إِلَى شَكْلٍ آخَر مطابق لَهُ.

Δ أ' ب' حـ' هُوَ صُورَةُ Δ أ ب حـ بِانْتِقَالِ م ن فِي اتِّجَاهِ $\overleftarrow{\text{م ن}}$

الانْتِقالُ فِي الْمُسْتَوَي الإِحْدَاثِيِّ



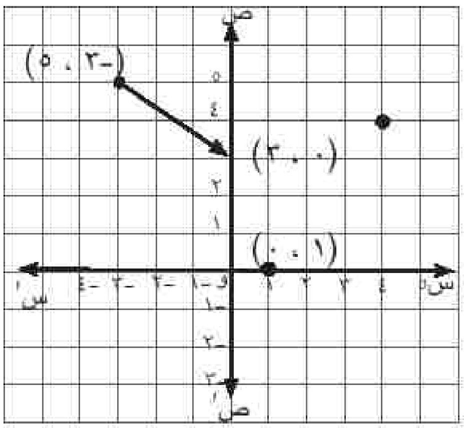
* سبق لنا دراسة:

الانْتِقَالُ يُحَوِّلُ كُلَّ نُقْطَةٍ إِزَاحَةً سِينِيَّةً هـ يَتْبَعُهَا إِزَاحَةٌ صَادِيَّةٌ ء

أ (س ، ص) ⟵ أ' (س + هـ ، ص + ء)

١ [أ] أَوْجِدْ صُوَرَ النُّقَطِ الْمُوَضَّحَةِ فِي الْجَدْوَلِ التَّالِي بِانْتِقَالِ: (س ، ص) ⟵ (س + ٣ ، ص -٢)

(س ، ص)	(س + ٣ ، ص -٢)
(-٣ ، ٥)	(٠ ، ٣)
(١ ، ٠)	(،)
(٤ ، ٤)	(،)



[ب] صِلْ كُلَّ نُقْطَةٍ بِصُورَتِهَا عَلَى الرَّسْمِ. مَاذَا تُلاَحِظُ؟

نُلاَحِظُ أَنَّ:

- الانْتِقَالُ يُحَوِّلُ كُلَّ نُقْطَةٍ إِزَاحَةً أُفُقِيَّةً ... وَحَدَاتٍ إِلَى الْيَمِينِ وَإِزَاحَةً رَأْسِيَّةً ... إِلَى أَسْفَلَ.
- الْقِطَعُ الْمُسْتَقِيمَةُ ..... فِي الطُّولِ و .....

٢ **فِي الشَّكْلِ التَّالِي:**

أَوْجِدْ صُورَةَ كُلٍّ مِنَ النُّقَطِ الآتِيَةِ بِالانْتِقَالِ مَسَافَةَ أب فِي الاتِّجَاهِ $\overleftarrow{أب}$ حَيْثُ أ (٣ ، ٤) ، ب (٧ ، ٢)

[أ] جـ (٣ ، ٢) [ب] ء (-١ ، ٣) [جـ] هـ (س ، ص)

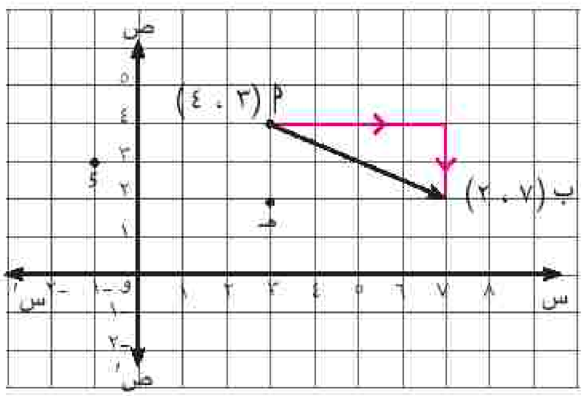
الانْتِقَالُ مَسَافَةَ أب فِي اتِّجَاهِ $\overleftarrow{أب}$ يُكَافِئُ إِزَاحَةً أُفُقِيَّةً مِنْ ٣ إلى ٧ تساوي ٤ وَحَدَاتٍ.

إِزَاحَةٌ رَأْسِيَّةٌ مِنْ ٤ إلى ٢ تساوي -٢ وَحْدَةً

جـ (٣ ، ٢) ⟵ جـ' (... ، ...)

ء (-١ ، ٣) ⟵ ء' (... ، ...)

هـ (س ، ص) ⟵ هـ' (س + ٤ ، ص - ٢)



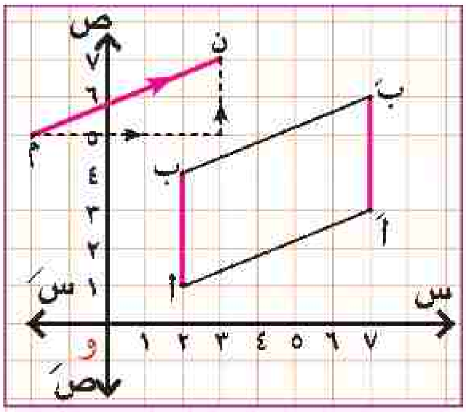
خواص الانتقال فى المستوى

1. الانتقالُ يحافظُ على أطوالِ القطعِ المستقيمة ، والبعد بين النقط.
2. الانتقالُ يحافظُ على قياسات الزوايا.
3. الانتقالُ يحافظُ على توزاى المستقيمات.

مثـــال

أوجد أَ بَ صورة أ ب حيث أ (٢، ١)، ب (٢، ٤) بانتقال م ن في اتجاه م ن حيث:

م (-٢، ٥)، ن (٣، ٧).



الحل

الانتقالُ مسافة م ن في اتجاه م ن يكافئ:

إزاحة أفقية من -٢ إلى ٣ = ٣ -(-٢) = ٥ وحدات.

إزاحة رأسية من ٥ إلى ٧ = ٧ - ٥ = ٢ وحدة .

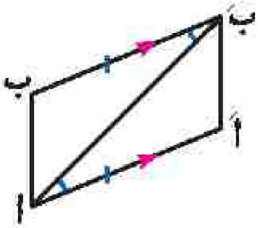
∴ الانتقال = (٥، ٢)

∴ أَ = (٢ + ٥، ١ + ٢) = (٧، ٣)

بَ = (٢ + ٥، ٤ + ٢) = (٧، ٦)

نرسم أَ بَ فتكون هى صورة أ ب . هل أَ بَ // أ ب ؟

هيا نفكر



فى المثال السابق: اذا رسم أ بَ :

هل ق (∠ أَ أ بَ) = ق (∠ب بَ أ)؟ لماذا؟

هل △ أَ أ بَ ≡ △ بَ ب أ؟ لماذا؟

هل أَ بَ // أ ب ؟

هل الشكل أ ب بَ أَ متوازى أضلاع؟

مما سبق نستنتج أن:

فى أيِّ شكلٍ رباعيٍّ إذا توازى ضلعانِ متقابلان فيه وتساويا فى الطول كان الشكلُ متوازى أضلاع.

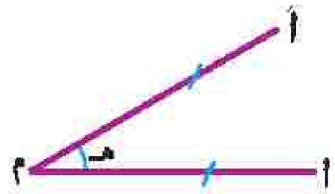
لاحظ أن:

صورةُ القطعةِ المستقيمة بانتقال ما، هى قطعةٌ مستقيمةٌ أخرى موازية لها ومساوية لها فى الطول.

الدَّوَرَانُ

الدوران حول نقطة فى المستوى

الدورانُ حولَ النقطة م بزاويةٍ قياسها هـ هو تحويلةٌ هندسيةٌ تحول كلَّ نقطةٍ أ فى المستوى إلى نقطةٍ أخرى أَ فى نفس المستوى بحيث:



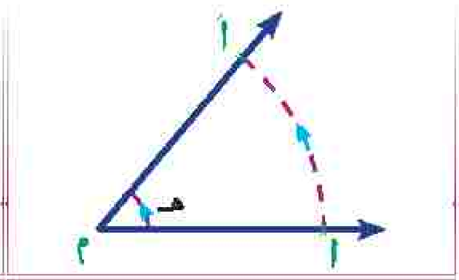
- ق (∠ أ م أَ) = هـ
- م أَ = م أ

ويرمز له بالرمز د (م ، هـ) حيث:

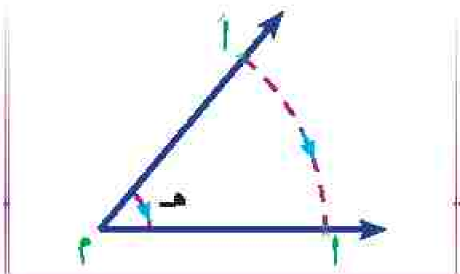
1. م مركز الدوران.
2. هـ قياس زاوية الدوران.

لاحظ أن:

1. الدوران يتحدَّدُ تمامًا عند تحديدِ مركز الدوران ، قياس زاويته، اتِّجاه الدوران.
2. يكون قياسُ زاويةِ الدوران موجبًا إذا كان الدوران مخالفًا لحركةِ عقارب الساعة ، وسالبًا إذا كان الدورانُ فى اتجاهِ حركةِ عقارب الساعة.



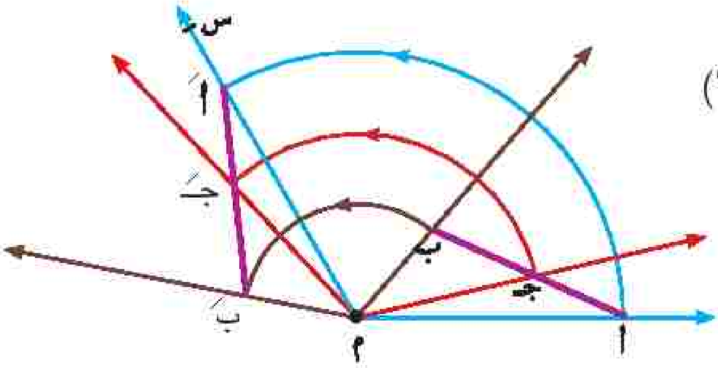
أَ هى صورة أ بدوران حول م بزاوية قياسها (هـ)



أ هى صورة أَ بدوران حول م بزاوية قياسها (-هـ)

رسم صورة قطعة مستقيمة بدوران معلوم

مثـــال ١



ارسم أَ بَ صورة أ ب بالدوران د (م ، ١٢٠°)

لرسم أ ب نتبع مايلى:

١ نرسم م أ .

٢ نرسم ∠ أ م س قياسها = ١٢٠°.

(لاحظ اتجاه الدوران)

٣ نركز بالفرجارِ عند م ونرسم قوسًا من دائرةٍ طولِ نصف قطرها م أ فيقطع م س فى أَ

فتكون أَ صورة النقطة أ بالدوران د (م ، ١٢٠°) .

٤ نجرى نفسَ الخطواتِ السابقة لتعين بَ صورة ب بالدوران د (م ، ١٢٠°) .

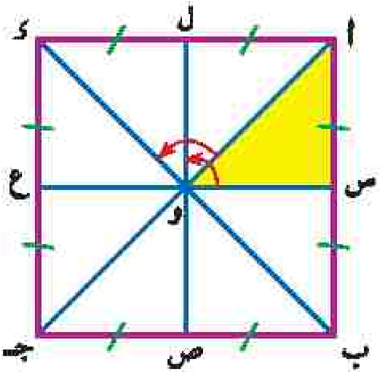
٥ لكل جـ ∋ أ ب عين جَـ صورة جـ بالدوران د (م ، ١٢٠°)

٦ ارسم أَ بَ ولاحظ أن جَـ ∋ أَ بَ

٧ قس أطوال كل من: أ ب ، أَ بَ ، أ جـ ، أَ جَـ ، جـ ب ، جَـ بَ ،

هل الدورانُ يحافظُ على الأبعادِ بين النُّقط؟ هل الدورانُ يحافظُ على استقامةِ النقط؟

مثـــال ٢



فى الشكلِ المقابل : أ ب جـ ى مربع ، و نقطةُ تقاطع قطريه،

س، ص، ع، ل منتصفات أضلاعه أ ب ، ب جـ، جـ ى ، ى أ

على التَّرتيب: **أوجد:**

أ صورة △ أ س و بالانعكاس فى أ و

يتبعه انعكاسًا آخر فى ل و

ب صورة△ أ س و بالدوران د (و، ٩٠°)

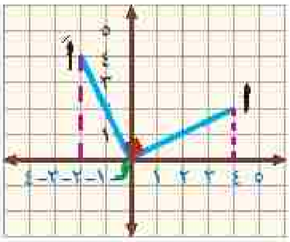
الحل

صورة △ أ س و بالانعكاس فى أ و △ أ ل و

صورة △ أ س و بالانعكاس فى أ و ويتبعه انعكاس آخر في ل و ← △ ى ل و

ب - صورة △ أ س و ←(بالدوران د (و ، ٩٠°))← △ ى ل و

الدورانُ فى المستوى الإحداثىِّ حول نقطةِ الأصل (و)



فى الشكلِ المقابل

١ أ(٤ ، ٢) نقطة فى المستوى الإحداثى المتعامد

أَ صورة أ بالدوران د (و ،٩٠°) لاحظ أن و أ = و أَ، ق (∠ أ و أَ) = ٩٠°

من الرسم نجدُ أن أَ (-٢ ، ٤) :

أى أن: أ (س ، ص) ←بالدوران د (و ، ٩٠°)← أَ (-ص ، س)

فكر **هل الدورانُ د (و ، ٩٠°) يكافئ د (و ، -٢٧٠°) ؟ ولماذا؟**

٢ ارسم ب (٣، ٤)، وارسم بَ صورة ب بالدوران د (و ، ١٨٠°)

لاحظ أن و ب = و بَ ، ق(∠ ب و بَ) = ١٨٠° والدورانُ فى اتجاهِ مخالفِ لدورانِ عقاربِ الساعة.

من الرسمِ نجد أن بَ (-٣ ، -٤)

أى أن: ب (س ، ص) ←بالدوران د (و ، ١٨٠°)← بَ (-س ، -ص)

فكر **هل الدورانُ د** (و ، ١٨٠°) **يكافئ د** (و ، -١٨٠°) **؟ ولماذا ؟**

ما هو الدورانُ الذى يكافئ د (و ، ٢٧٠°)؟

ما صورةُ أ بالدورانِ د (و ، ٣٦٠°) ، وما صورةُ ب بالدوران د (و ، -٣٦٠°)

الدورانُ المُحايد

هو الدورانُ بزاويةٍ قياسها ٣٦٠° أو -٣٦٠° وتكون صورةُ كلِّ نقطةٍ منطبقةً على نفسها، ويسمى بالدورانِ المحايد لأنه يحول الشكل إلى وضعه الأصلىِّ.

مثال

لاحظ النقط التالية و صورة كل منها حول نقطة الأصل (و) بقياسات الزوايا المبينة .

النقطة	صورةُ النقطة بالدوران حول و بزاوية قياسها				
	٩٠°	١٨٠° أو −١٨٠°	٢٧٠°	٣٦٠°	−٩٠°
أ (٢ ، ٥)	(−٥، ٢)	(−٢، −٥)	(٥، −٢)	(٢، ٥)	(٥، −٢)
ب (−١، ٣)	(−٣، −١)	(١، −٣)	(٣، ١)	(−١، ٣)	(٣ ، ١)
جـ (−٢ ، ٣)	(−٣، −٢)	(٢، −٣)	(٣، ٢)	(−٢، ٣)	(٣ ، ٢)
د (١ ، −٤)	(٤، ١)	(−١، ٤)	(−٤ ، −١)	(١، −٤)	(−٤، −١)
هـ (−٥، −٣)	(٣، −٥)	(٥، ٣)	(−٣، ٥)	(−٥، −٣)	(−٣، ٥)

هيا نفكّر

١ هل الدورانُ يحافظُ على الأبعاد بين النُّقطِ واستقامةِ النقط؟

٢ هل الدورانُ يحافظُ على قياساتِ الزوايا ؟

٣ هل الدورانُ يحافظ على توازى المستقيماتِ ؟

الدوران فى المستوى هو تحويلةٌ هندسيةٌ تحوِّل الشكلَ إلى شكلٍ مطابقٍ له ولذلك يُسمّى(تساوى قياسى)، كما أنه يحافظُ على التَّرتيب الدورانىِّ لرؤوس الشكلِ.

الأنشطة والتدريبات

الضَّرْبُ الْمُتَكَرِّرُ في ن

تَمْرِينٌ (١-١)

١ اخْسِبْ كُلًّا مِمَّا يَأْتِي مَعَ وَضْعِ النَّاتِجِ فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ:

[أ] $\left(\frac{١}{٣}\right)^{٤}$

[ب] $\left(-\frac{٣}{٤}\right)^{٤}$

[جـ] $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٤}$

[د] $\left(-\frac{١}{٧}\right)^{٢}$

[هـ] $\left(-\frac{٢}{٥}\right)^{٣} \times \left(-\frac{٢٥}{٢٧}\right)$

[و] $\left(-\frac{١}{٢}\right)^{٣} \times \left(\frac{٤}{٣}\right)^{٢}$

[ز] $\left(-\frac{٣}{٤}\right)^{٢} \times \frac{٨}{٢٧}$

[ح] $\left(-\frac{٥}{٦}\right)^{٢} \div ٣\frac{٣}{٤}$

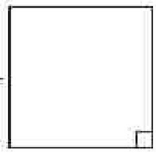
[ط] $\left(\frac{٥أ}{ب}\right)^{٢} \times \left(-\frac{٢أب}{١٥}\right)$

[ي] $\left(-\frac{٢}{٣}\right)^{٣} \times \left(\frac{١}{٣}\right)^{٢} \div \left(-\frac{٢}{٩}\right)^{٢}$

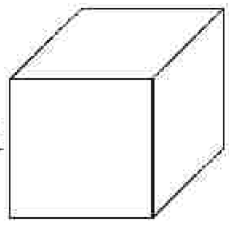
[ك] $\left[\left(\frac{٥}{٢}\right)^{٣} \div \left(\frac{٣}{٢}\right)^{٤}\right] \times \left(\frac{٣}{٥}\right)^{٢}$

[ل] $\left(-\frac{١}{٢}\right)^{٣} \div \left[٨ \times \left(-\frac{١}{٢}\right) \times \frac{٣}{٤}\right]$

٢ [أ] أَوْجِدْ مِسَاحَةَ الْمُرَبَّعِ الَّذِي طُولُ ضِلْعِهِ $\frac{٢س}{٧}$



[ب] أَوْجِدْ حَجْمَ الْمُكَعَّبِ الَّذِي طُولُ ضِلْعِهِ $\frac{٤ن}{٥}$



٣ إِذَا كَانَتْ س $= -\frac{٣}{٢}$ ، ص $= \frac{١}{٢}$ ، ع $= -\frac{٤}{٣}$

فَأَوْجِدْ فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ الْقِيمَةَ الْعَدَدِيَّةَ لِكُلٍّ مِنْ:

[أ] $س^{٢}\,ص^{٢}\,ع^{٢}$

[ب] $س^{٢} \div ع^{٢}$

[جـ] $س^{٢} - ص\,ع^{٢}$

[د] $٩\,س\,ص^{٣} + ٤\,ص^{٢}\,ع^{٢}$

[هـ] $\frac{س^{٢}\,ص^{٢}\,ع^{٢}}{س + ص}$

[و] $\frac{٢}{٣}ع^{٢} - \frac{٨}{٣}س^{٢}\,ص - \frac{٩}{٢}ع^{٢}\,ص^{٢}$

تَمْرِينُ (١-٢) القُوى الصَّحِيحَةُ غَيْرُ السَّالِبَةِ

١ احْسِبْ كُلًّا مِمَّا يَأْتِي مَعَ وَضْعِ النَّاتِجِ فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ:

[أ] $\left(\frac{2}{3}\right)^{3} \times \left(\frac{2}{3}\right)^{2}$

[ب] $\left(-\frac{2}{3}\right)^{3} \times \left(\frac{3}{2}\right)^{2}$

[جـ] $\left(\left(-\frac{3}{2}\right)^{2}\right)^{5}$

[د] $\left(\frac{\text{أ ب}}{\text{جـ}}\right)^{5}$

[هـ] $\left(-\frac{\text{ب}^{2}}{\text{أ}}\right)^{2}$

[و] $\left(-\frac{\text{س}^{3}}{\text{ص}^{2}}\right)^{2}$

[ز] $\left(\frac{2}{7}\right)^{5} \div \left(\frac{2}{7}\right)^{3}$

[ح] $\left(-\frac{3}{5}\right)^{7} \div \left(\frac{3}{5}\right)^{5}$

[ط] $\left(\left(2\frac{1}{2}\right)^{2}\right)^{2}$

[ي] $\left(\frac{\text{س}^{2}}{\text{ص}^{3}}\right)^{2}$

[ك] $\left(-\frac{\text{جـ}^{2}}{\text{د}}\right)^{3}$

[ل] $\left(-\frac{\text{س ص}^{6}}{\text{ع}^{2}}\right)^{2}$

٢ إِذَا كَانَتْ $\text{س} = -\frac{1}{2}$ ، $\text{ص} = \frac{3}{4}$ ، $\text{ع} = -\frac{3}{2}$ أَوْجِدْ فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ الْقِيمَةَ الْعَدَدِيَّةَ لِكُلٍّ مِنْ:

[أ] $\text{س}^{3}\,\text{ص}^{2}$

[ب] $\text{ص}^{3}\,\text{س}^{2}$

[جـ] $\frac{\text{س}^{3}}{\text{ص}^{2}\,\text{ع}^{2}}$

[د] $\left(\frac{\text{س ص}}{\text{ع}}\right)^{5}$

[هـ] $\left(\frac{\text{س}^{2}}{\text{ص}^{3}}\right)^{2}$

[و] $\left(\frac{\text{ص}^{3}}{\text{س}}\right)^{2}$

٣ اخْتَرْ مِنَ الْعَمُودِ [أ] مَا يُنَاسِبُه مِنْ الْعَمُودِ [ب]:

الْعَمُودُ [أ]	الْعَمُودُ [ب]
[١] $(\text{س}^{2})^{\text{ن}}$	[أ] $\text{س}^{\text{ن}^{2}}$
[٢] $(\text{س}^{\text{ن}})^{\text{ن}}$	[ب] $\frac{3^{\text{م ح}}}{2^{\text{ن ح}}}$
[٣] $(\text{س ص}^{\text{أ}})^{\text{ب}}$	[جـ] $27\,\text{س}^{3\text{أ}}$
[٤] $\left(\frac{\text{س}}{\text{ص}^{\text{أ}}}\right)^{\text{ب}}$	[د] $\frac{3^{\text{ح}}\,\text{م}^{\text{ح}}}{2^{\text{ح}}\,\text{ن}^{\text{ح}}}$
[٥] $(-3\,\text{س}^{\text{أ}})^{3}$	[هـ] $\text{س}^{2\text{ن}}$
[٦] $(3\,\text{س}^{\text{أ}})^{3}$	[و] $-27\,\text{س}^{3\text{أ}}$
[٧] $\frac{3}{2}\left(\frac{\text{م}}{\text{ن}}\right)^{\text{ح}}$	[ز] $\frac{\text{ن}^{\text{ب}}}{\text{ص}^{\text{أ ب}}}$
[٨] $\left(\frac{3\,\text{م}}{2\,\text{ن}}\right)^{\text{ح}}$	[ح] $\text{س}^{\text{ب}}\,\text{ص}^{\text{أ ب}}$
	[ط] $\frac{\text{س}^{\text{ب}}}{\text{ص}^{\text{أ ب}}}$
	[ى] $\text{س ص}^{\text{أ ب}}$

الْقُوَى الصَّحِيحَةُ السَّالِبَةِ

تَمْرِينُ (١-٣)

١ أَكْمِلْ:

[أ] $\frac{٥}{٥^{-٢}} = ٥^{١-(-٢)} = ...$

[ب] $(ب^{-١})^{-٢} = ب^{...}$

[جـ] $(٣س^{-١})^{٢} = ٩س^{...} = \frac{٩}{...}$

[د] $١٠^{-٢} = \frac{١}{...}$

[هـ] $٥ جـ^{صفر} = ...$

[و] $٢س^{-٣} = \frac{٢}{...}$

[ز] $(٣أ^{٢})^{-١} = \frac{١}{...}$

[ح] $٢س^{-٢} ص^{-٣} = \frac{٢}{...}$

٢ احْسِبْ قِيمَةَ كُلٍّ مِمَّا يَلِي:

[أ] $٥^{-١}$

[ب] $٤^{-١}$

[جـ] $٥^{-٢}$

[د] $٤^{-٢}$

[هـ] $٤^{-٢} \times ٤^{٥}$

[و] $٣^{٧} \times ٣^{-٣}$

[ز] $(٣^{-٢})^{-٢}$

[ح] $(٥^{-١})^{-٣}$

[ط] $\frac{٣}{٣^{-٢}}$

[ي] $\frac{٦^{-٢}}{٦^{-٢}}$

[ك] $\frac{٨ \times ٨^{-٣}}{٨^{-٣}}$

[ل] $\frac{٧^{-٧} \times ٧^{٥}}{٧^{٢}}$

[م] $\left(\frac{٣^{-١}}{٣}\right)^{٢}$

[ن] $\left(\frac{٨^{٤}}{٨^{-٤}}\right)^{صفر}$

[س] $\left(\frac{٩^{٢} \times ٩}{٩^{٤}}\right)^{-٣}$

[ع] $\left(\frac{٤^{-٢} \times ٣}{٤^{-٦}}\right)^{-٣}$

٣ اخْتَصِرْ كُلاًّ مِمَّا يَلِي مَعَ جَعْلِ النَّاتِجِ بِأُسٍّ صَحِيحٍ مُوجَبٍ:

[أ] $٧س^{-١}$

[ب] $س^{-١}ص^{٢}$

[جـ] $أ^{-٢}ن^{-٣}$

[د] $(ب^{-٢})^{٣}$

[هـ] $(ن^{-١})^{-٣}$

[و] $س^{٢} \times س^{-٥}$

[ز] $(أ^{٢} \times أ^{-٥})^{٢}$

[ح] $\frac{أ^{٥}}{أ^{-٣}}$

[ط] $\frac{جـ^{-٥}}{جـ^{٢}}$

[ي] $\frac{ء^{-٣}}{ء^{-٥}}$

[ك] $\left(\frac{س^{-٢}}{س^{-٤}}\right)^{٢}$

[ل] $\left(\frac{أ^{-١}}{أ^{٤}}\right)^{٢}$

[م] $\left(\frac{ن^{-٢}}{ن}\right)^{-٢}$

[ن] $\left(\frac{ص^{٥}}{ص^{-٢}}\right)^{-٣}$

[س] $(٣^{صفر} - ٢^{-٢})^{-٢}$

[ع] $(٣^{صفر} \times ٢^{-٢})^{-٢}$

٤ لِمَاذَا تَكُونُ $ب^{-٣}$ غَيْرَ مُعَرَّفَةٍ عِنْدَ ب = صِفْرًا؟

٥ يَنْمُو عَدَدُ سُكَّانِ مَدِينَةٍ طِبْقًا لِلْقَاعِدَةِ: $س = ٢ (١٫٠٣)^{ن}$ مِلْيُونَ نَسَمَةٍ، حَيْثُ س عَدَد السُّكَّان بِالْمِلْيُونِ ، ن عَدَد السِّنِين.

[أ] مَا عَدَدُ السُّكَّانِ بَعْدَ سَنَتَيْنِ؟

[ب] مَا عَدَدُ السُّكَّانِ الآنَ؟

[جـ] مَا عَدَدُ السُّكَّانِ مُنْذُ سَنَةٍ؟

الصُّورَةُ الْقِيَاسِيَّةُ لِلْعَدَدِ النسبى

تَمْرِينُ (١-٤)

١ عَيِّنِ الأَعْدَادَ الَّتِى لَيْسَتْ عَلَى الصُّورَةِ الْقِيَاسِيَةِ $أ \times ١٠^{ن}$ ، $ن \in ص$:

[أ] $٦٫٢ \times ١٠^{٥}$ [جـ] $٧٫٨٣٤ \times ١٠^{١٦}$ [هـ] $٠٫٨ \times ١٠^{٥}$

[ب] $٠٫٤٦ \times ١٠^{٧}$ [د] $٨٢٫٣ \times ١٠^{٦}$ [و] $٦٫٧٥ \times ١٠$

٢ اكْتُبِ الأَعْدَادَ الآتِيَةَ عَلَى الصُّورَةِ الْقِيَاسِيَةِ $أ \times ١٠^{ن}$ ، $ن \in ص$:

[أ] ٦٠٠٠٠٠ [جـ] ٧ مِلْيُونِ [هـ] ٠٫٠٠٠٠٠٥٣

[ب] ٤٨٠٠٠٠٠٠ [د] ٠٫٠٠٠٠٦ [و] ٠٫٠٠٠٠٨٦٤

٣ اكْتُبِ الأَعْدَادَ الآتِيَةَ عَلَى الصُّورَةِ الْقِيَاسِيَةِ $أ \times ١٠^{ن}$ ، $ن \in ص$:

[أ] ٦٨×١٠^{٥} [جـ] $٠٫٧٥ \times ١٠^{٨}$ [هـ] ٧٥٠×١٠^{-٩}

[ب] ٧٢٠×١٠^{٦} [د] ٦٨×١٠^{-٥} [و] $٠٫٤ \times ١٠^{-١٠}$

٤ اكْتُبْ نَاتِجَ كلٍّ مِمَّا يَلِى عَلَى الصُّورَةِ $أ \times ١٠^{ن}$ حَيْثُ $ن \in ص$:

[أ] $(٤٫٤ \times ١٠^{٢}) \times (٢ \times ١٠)^{٥}$ [جـ] $(٣٫٨ \times ١٠^{٥}) + (٤٫٦ \times ١٠^{٤})$

[ب] $(٣٫٨ \times ١٠^{٨}) \div (١٫٩ \times ١٠^{٦})$ [د] $(٥٫٣ \times ١٠^{٨}) - (٨٫٠ \times ١٠^{٧})$

٥ يَصِلُ ضَوْءُ الشَّمْسِ إِلَى الأَرْضِ فِى ٨ دَقَائِقَ، إِذَا كَانَتْ سُرْعَةُ الضَّوْءِ ٣×١٠^{٨} م/ث.

[أ] احْسِبِ المَسَافَةَ بَيْنَ الشَّمْسِ وَالأَرْضِ.

[ب] إِذَا كَانَتِ الْمَسَافَةُ بَيْنَ كوكب الزهرة والشَّمْسِ ١٠٨ مِلْيُونِ كم، احْسِبِ الْوَقْتَ الْمُسْتَغْرَقَ بِالدَّقَائِقِ لِيَصِلَ الضَّوْءُ إِلَى كوكب الزهرة مِنَ الشَّمْسِ.

٦ رَتِّبِ الأَعْدَادَ الآتِيَةَ تَنَازُلِيًّا:

$٣٫٦ \times ١٠^{-٣}$ ، $٥٫٢ \times ١٠^{-٥}$ ، ١×١٠^{-٢} ، $٨٫٣٥ \times ١٠^{-٢}$ ، $٦٫٠٨ \times ١٠^{-٨}$

٧ أَوْجِدْ قِيمَةَ $ن$ فى كلٍ مما يأتى:

[أ] $٠٫٠٠٠٠٥٢ = ٥٫٢ \times ١٠^{ن}$ [جـ] $٠٫٠٠٠٠٠٠٠٠٦ = ٦ \times ١٠^{ن}$

[ب] $٠٫٠٠٠٠٣٥٧ = ٣٫٥٧ \times ١٠^{ن}$ [د] $(٠٫٠٠٤)^{٢} = ١٫٦ \times ١٠^{ن}$

تَرْتِيبُ إِجْرَاءِ العَمَلِيَّاتِ الرِّيَاضِيَّةِ

تَمْرِينٌ (١-٥)

١ احْسِبْ قِيمَةَ كُلٍ مِمَّا يَلِى:

[أ] ٣ + [٥ + ٢(٨ ÷ ٤)]
[هـ] ٩ + ٤ × ٣^{٢}
[ط] ١٤٤ - ٨ ÷ ٢^{٣}

[ب] ٢^{٣} + [٤ + (٢ - ١)]
[و] ١٩٦ ÷ (٧ - ٥)^{٢}
[ي] ٤ × ٢^{٢} - ٢٠

[جـ] ٧ (٦^{٢} ÷ ٢ × ٣)
[ز] ٤ × ٧ - ٣^{٢}
[ك] ١٢ (٢^{٢}) ÷ ٢٤ + ٣^{٢}

[د] (٢ × ٦) - (٤ ÷ ٢)
[ح] ١^{٥} + ٦^{٢} - ٥^{٢}
[ل] ٩ (٤^{٢}) ÷ ٢^{٢} × ٣

٢ اخْتَصِرْ كُلًّا مِمَّا يَأْتِى فِى أَبْسَطِ صُورَةٍ:

[أ] ٢ - [(٧ - ٣) - ٢]
[هـ] ٢ [(٥^{٢} + ١) - (٤^{٢} - ١)]

[ب] [٤ - (٥ - ٢)] - ١
[و] ٥ [(٢^{٢} - ١) - (٢^{٢} - ٢)]

[جـ] $\frac{١٥ + ٧}{١٥ - ٤}$
[ز] $\frac{٥ + ٢ \times ٥}{٢^{٢} + ١}$ + ٥^{٢} - ٥

[د] $\frac{٨ + ٢٠ - ٤}{٨ - ٤}$
[حـ] $\frac{٣^{٢} \times ٦ \div ٣}{٢ \times ١ + (٣ + ١)^{٢}}$

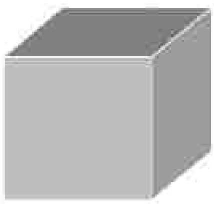
٣ أَوْجِدِ الْقِيمَةَ الْعَدَدِيَّةَ لِكُلِّ مِقْدَارٍ مِمَّا يَلِى عِنْدَمَا س = ٢ ، ص = ٥:

[أ] (س + ص)^{٢}
[جـ] $(\frac{س}{ص})^{٢}$
[هـ] $\frac{ص - س}{ص^{٢}}$

[ب] (ص - س)^{٣}
[د] $\frac{٦^{٢}}{ص - ١}$
[و] $\frac{١٢}{٤ص^{٢}}$

٤ أَوْجِدِ الْمِسَاحَةَ الْكُلِّيَّةَ لِلْمُكَعَّبِ إذا كَانَ طُولُ ضِلْعِهِ:

[١] س = ٣ أمتار.
[٢] س = ٠,٨ سم.

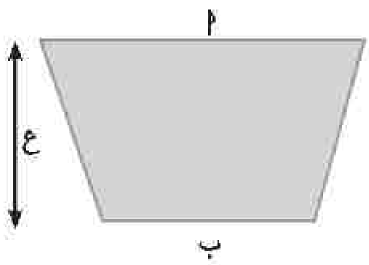


الْمِسَاحَةُ الْكُلِّيَّةُ = ٦س^{٢}

٥ أَوْجِدْ مِسَاحَةَ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ إذا كَانَ:

[أ] ع = مِتْرَان ، أ = $\frac{٣}{٤}$ متر ، ب = $\frac{١}{٤}$ متر

[ب] ع = ٤ أمْتَارٍ ، أ = $\frac{١}{٤}$ متر ، ب = $\frac{١}{٢}$ متر



مِسَاحَةُ شِبْهِ الْمُنْحَرِفِ = $\frac{١}{٢}$ (أ + ب) × ع

الجَذْرُ التَّرْبِيعِىُّ لِعَدَدٍ نِسْبِىٍّ مربع كامل

تَمْرِينٌ (١-٦)

١ أوجِدِ الْجَذْرَيْنِ التَّرْبِيعِيَّيْنِ لِكُلٍّ مِنَ الْأَعْدادِ الْآتِيَةِ:

[أ] ٦٤ [جـ] ١٢١ [هـ] $\frac{٢٥}{٣٦}$

[ب] $\frac{١}{٤}$ [د] ١٠٠٠٠ [و] $\frac{٩}{١٠٠}$

٢ اخْتَصِرْ إِلَى أَبْسَطِ صُورَةٍ كُلًّا مِنْ:

[أ] $\sqrt{١٦}$ [هـ] $-\sqrt{٤^{٢}}$ [ط] $\pm\sqrt{\frac{٢٥}{٣٦}}$ [م] $-\sqrt{\frac{٤٩\,م^{٤}}{٢٥\,ب^{٦}}}$

[ب] $-\sqrt{٢٥}$ [و] $\pm\sqrt{٨^{٢}}$ [ي] $-\sqrt{\frac{٦٤}{٢٥}}$ [ن] $\pm\sqrt{\frac{١٦\,ى^{٨}}{١٢١\,هـ^{٢}}}$

[جـ] $\pm\sqrt{١,٤٤}$ [ز] $\sqrt{\frac{٩}{٤٩}}$ [ك] $\pm\sqrt{\frac{١٤٤}{١٦٩}}$ [س] $\sqrt{\frac{٤٩\,م^{٤}\,ب^{٢}}{٩}}$

[د] $\pm\sqrt{٤٠٠٠٠}$ [حـ] $\sqrt{\frac{٤}{٨١}}$ [ل] $\sqrt{\left(\frac{٨١}{١٠٠}\right)^{٢}}$ [ع] $\sqrt{\frac{٢٥\,س^{٢}\,ص^{٢}}{٣٦}}$

٣ $\overline{س\,ص}$ قطعة مستقيمة بحيث $(س\,ص)^{٢} = ٢٥$

، ع منتصف $\overline{س\,ص}$ احسب طول $\overline{س\,ع}$

٤ اذا كان $(م\,ب)^{٢} = ١٤٤$ ، $(ب\,حـ)^{٢} = ٦٢٥$ وكان

ب ∈ $\overline{م\,حـ}$ فأوجد طول $\overline{أ\,حـ}$

حل المعادلات فى ن

تَمْرِينٌ (٧-١)

١ حُلَّ كُلًّا مِنَ الْمُعَادَلاتِ الآتِيَةِ:

[أ] س + ١٧ = ١٣ حَيْثُ س ∋ ط

[ب] س - ٦ ١/٤ = ١٢ ١/٢ حَيْثُ س ∋ ن

[جـ] - ٤ + ص = ١٢ حَيْثُ ص ∋ ط

[د] ﻡ - (-٣) = ١ حَيْثُ ﻡ ∋ صـ

[هـ] ٨,٩١ + س = ١١,٠٩ حَيْثُ س ∋ ن

[و] ٣ س - ١٣ = ٢٦ حَيْثُ س ∋ ط

[ز] ٨ + ٢ س = ١٤ حَيْثُ س ∋ صـ

[ح] ٨ س + ٤ = ١٢ حَيْثُ س ∋ ن

[ط] س + ٣ = ١٨ - ٣س حَيْثُ س ∋ ط

[ي] ٥ س - ٤ = ٢ س + ١١ حَيْثُ س ∋ ن

٢ أَكْمِلْ:

[أ] إذَا كَانَ س + ٩ = ١١ فَإِنَّ قِيمَةَ ٧ س = ...

[ب] إذَا كَانَ ٣ ص = ٦ فَإِنَّ قِيمَةَ ٦ ص = ...

[جـ] إذَا كَانَ ٢ ﻡ + ٣ = ١٥ فَإِنَّ قِيمَةَ ١/٣ ﻡ = ...

[د] إذَا كَانَ ك - ١ ١/٤ = ٥ ١/٢ فَإِنَّ قِيمَةَ ٤ ك - ١٨ = ...

[هـ] إذَا كَانَ س/٤ = ٢/٣ فَإِنَّ قِيمَةَ س/٢ = ...

٣ حُلَّ كُلًّا مِنَ الْمُعَادَلاتِ الآتِيَةِ فى ن:

[أ] ٣ (س + ٢) + ٧ (س - ١) = ١٢

[ب] ٤ (س - ١) - (س + ٣) = صفر

[جـ] ٢٨ (س - ٣) - (س - ٣) = صفر

[د] ٣ (٢ س - ٨) - (٢س + ٢) = س - ٣

[هـ] ﻡ + ٥ ﻡ - ٢ = ٢ (٣ - ﻡ)

[و] ٣ ﻡ + ٦ (ﻡ + ٣) - (٨ ﻡ - ١٦) = ٦٠

٤ أوجد ثلاثة أعداد زوجية متتالية مجموعها ٩٦٦

٥ رجل عمره الآن ثلاثة أمثال عمر ابنه وبعد سنتين يصبح مجموع عمريهما ٥٢ سنة .

ما عمر كل منهما الآن ؟

٦ عددان طبيعيان ، أحدهما ضعف الآخر و مجموعهما ١٠٨ . ما العددان ؟

٧ مستطيل يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٤ أمتار ، إذا كان محيطه يساوي ٦٨ متراً . فما بعداه ؟

٨ إذا كان ثمن الصوف يزيد جنيهين عن ثمن متر الحرير وكان ثمن ٣ أمتار من الصوف ، ٤ أمتار من الحرير يساوي ٦٧١ جنيهاً .ما ثمن كل متر من الصوف ومن الحرير ؟

حل المتباينات فى ن

تَمْرِينٌ (١ – ٨)

١ ضَعِ الْعَلامَةَ الْمُنَاسِبَةَ (< أو >) :

[أ] إِذَا كَانَ ١٨ > ١٢ فَإِنَّ ١٨ + (- ٥) ☐ ١٢ + (- ٥)

[ب] إِذَا كَانَ ٢١ < ٣٠ فَإِنَّ ٢١ + ١٥ ☐ ٣٠ + ١٥

[جـ] إِذَا كَانَ ١٢ > ٣ فَإِنَّ $\frac{١}{٣}$ (١٢) ☐ $\frac{١}{٣}$ (٣)

[د] إِذَا كَانَ ١٢ < ١٦ فَإِنَّ (- $\frac{١}{٤}$) (١٢) ☐ (- $\frac{١}{٤}$) (١٦)

[هـ] إِذَا كَانَ س - ٨ > ٢ فَإِنَّ س - ٨ + ٨ ☐ ٢ + ٨ أو س ☐ ١٠

[و] إِذَا كَانَ - $\frac{١}{٣}$ س ≤ ٢٧ فَإِنَّ - ٣ (- $\frac{١}{٣}$ س) ☐ (-٣) (٢٧) أو س ☐ - ٨١

٢ مَا الْعَدَدُ الَّذِي يُمْكِنُ إِضَافَتُهُ إِلى طَرَفَى كُلِّ مُتَبَايِنَةٍ لِتَحْصُلَ عَلَى س فِي طَرَفٍ وَاحِدٍ مِنْهَا؟

[أ] س + ٥ > ٩

[ب] س - ٤ < ٦

[جـ] س - ٧ < ٣

[د] س + ٩ > ١٢

[هـ] س - ١.٥ ≤ ٣.٢

[و] ٤.٨ ≤ س + ٠.٦

[ز] $١\frac{١}{٢}$ > س - $٢\frac{١}{٢}$

[حـ] س + $\frac{١}{٣}$ > - $\frac{١}{٦}$

٣ أَكْمِلْ:

[أ] إِذَا كَانَ س > ص فَإِنَّ س + ع ☐ ص + ع

[ب] إِذَا كَانَ س < ص فَإِنَّ س + ع ☐ ص + ع

[جـ] إِذَا كَانَ س < ص ، ص < ع فَإِنَّ س < ......

[د] إِذَا كَانَ ع > ص ، ص > س فَإِنَّ ع > ......

[هـ] إِذَا كَانَ ٩ - ٣ < صفر فَإِنَّ ... < ...

[و] إِذَا كَانَ ٩ + ٥ > صفر فَإِنَّ ... > ....

[ز] إِذَا كَانَ ب < صفر فَإِنَّ ب + ٣ ☐ ٣

[حـ] إِذَا كَانَ س > ص ، ع > صفر فَإِنَّ س ع ☐ ص ع

[ط] إِذَا كَانَ س < ص ، ع < صفر فَإِنَّ س ع ☐ ص ع

٤ حُلَّ كُلاًّ مِنَ الْمُتَبَايِنَاتِ الآتِيَةِ في ن.

[أ] س + ٤ < ١

[ب] ص - ٥ < ٧

[جـ] - ٥ $\frac{١}{٢}$ > أ + ١ $\frac{١}{٤}$

[د] ١٩ < ص + ١٤ > ٢٣

[هـ] ٦ جـ + ١ ≥ ٥ حـ - ٣

[و] ٦س + ٢ ≤ ١٤ + ٥س

[ز] ٤ ن - ٢ (ن - ١) ≤ صفر

[حـ] ٨ س - ٣ س + ١ ≥ ٢٩

[ط] - ٣ م + ٦ (م - ٤) < ٩

[ي] ٣ (س + ٢) > - س + ٤

[ك] ٣ (س + ٢) ≤ - ٢ (س + ١)

٥ وَضِّحْ بِالأَمْثِلَةِ أَنَّهُ: إِذَا كَانَ أ > ب ، جـ > د فَإِنَّهُ غَيْرُ صَحِيحٍ دَائِمًا أَنْ يَكُونَ أ ـ جـ > ب ـ د

٦ ضَعْ عَلَامَةَ (✓) أَمَامَ الْعِبَارَةِ الصَّحِيحَةِ وَعَلَامَةَ (×) أَمَامَ الْعِبَارَةِ غَيْرِ الصَّحِيحَةِ مَعَ إِعْطَاءِ أَمْثِلَةٍ لِلْمُتَبَايِنَاتِ غَيْرِ الصَّحِيحَةِ (عِلْمًا بِأَنَّ س > ص).

[أ] ص > س ( )

[ب] س > صفر ( )

[جـ] ص^{٢} > صفر ( )

[د] ص^{٢} > ص ( )

[هـ] س ص > صفر ( )

[و] س + ص > ص ( )

[ز] ص^{٢} > س ( )

[حـ] ص^{٢} > س ص ( )

[ط] س ص > س^{٢} ( )

[ي] س^{٣} > ص^{٢} ( )

على وَحْدَةُ الأَعْـــدَادُ والجبـــر

تَمَارِينُ مُتَنَوِّعَةٌ

١ حَوِّطِ الْإِجَابَةَ الصَّحِيحَةَ:

[أ] مَا أَفْضَلُ تَقْدِيرٍ لِلْعَدَدِ النِّسْبِيِّ $\frac{١}{٦}$ ؟ [١٥٪ ، ١٧٪ ، ٢٠٪ ، ٢٥٪]

[ب] إِذَا كَانَ وَزْنُ ٥٠٠ حَبَّةٍ مِنْ مِلْحِ الْكِرِيسْتَالِ هُوَ $٦\frac{١}{٢}$ جِرَامٍ، فَمَا وَزْنُ الْحَبَّةِ الْوَاحِدَةِ؟

[$\frac{٧٨}{١٠٠٠٠}$ ، $\frac{١٣}{١٠٠٠}$ ، $\frac{٧٨}{١٠٠٠}$ ، $\frac{٣٢٥}{١٠٠٠}$]

[جـ]



مَا أَفْضَلُ تَقْدِيرٍ لِلْعَدَدِ النِّسْبِيِّ الْمُقَابِلِ لِلنُّقْطَةِ س؟ [$١\frac{١}{١٠}$ ، $١\frac{٣}{١٠}$ ، $١\frac{٥}{١٠}$ ، $١\frac{٦}{١٠}$]

[د] إِذَا كَانَ سُمْكُ وَرَقَةٍ ٠,٠١٢سم أَيٌّ مِنَ الآتِي يَكُونُ ارْتِفَاعُ رُزْمَةٍ مِنْ ٤٠٠ وَرَقَةٍ؟

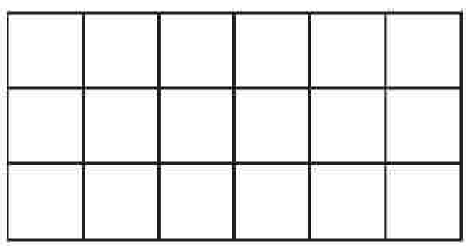
[٤٨×١٠^{-٣} ، ٤٨×١٠^{-٢} ، $٤,٨ \times ١٠^{\text{صفر}}$ ، ٤٨]

[هـ] $\sqrt{١٠^{٢} - ٦^{٢}}$ = ... [٤ ، ٨ ، ± ٤ ، ± ٨]

[و] رُبْعُ الْعَدَدِ $٤^{٢٠}$ = ... [$٤^{٥}$ ، $٤^{١٠}$ ، $٤^{١٩}$ ، $٢^{١٠}$]

٢ [أ] أَيُّهُمَا أَكْبَرُ $(-٢)^{٨٢}$ أَمْ $(-٢)^{٨٣}$ ؟

[ب] ظَلِّلِ الْجُزْءَ الَّذِي يُمَثِّلُ نَاتِجَ $(\frac{١}{٢})^{٢} \times \frac{١}{٢}$ فِي الشَّكْلِ الآتِي:



٣ [أ] هَلِ الْعَدَدُ ($١٠^{٢٥}$ – ٧) يَقْبَلُ الْقِسْمَةَ عَلَى ٣؟ لِمَاذَا؟

[ب] إِذَا كَانَ س = ٣ فَمَا قِيمَةُ الْمِقْدَارِ: $٢(\frac{٥س + ٣}{٤س - ٣})$ ؟

٤ [أ] مُسْتَطِيلٌ طُولُهُ ضِعْفُ عَرْضِهِ فإذا كان محيطه ٣٦سم ، فأوجد كل من الطول والعرض.

[ب] مِسَاحَةُ مُرَبَّعٍ تُسَاوِي مِسَاحَةَ مُثَلَّثٍ طُولُ قَاعِدَتِهِ ٩سم، وَارْتِفَاعُهُ ٨ سم. أَوْجِدْ طُولَ ضِلْعِ الْمُرَبَّعِ.

اختبار الوحدة الأولى (الأَعْـــدَادُ والجبـــــر)

أَجِبْ عَنِ الْأَسْئِلَةِ الْآتِيَةِ:

١ حَوِّط الْإِجَابَةَ الصَّحِيحَةَ:

[أ] $\frac{٦\,م^{٢}\,س^{٤}}{٢\,م^{٢}\,س^{٣}}$ = ... [$٣\,م\,س$ ، $٣\,م^{٥}\,س^{٧}$ ، $\frac{٣\,س}{م}$ ، $\frac{٣}{م\,س}$]

[ب] $\frac{(-٢\,س^{٢}\,ص)^{٢}}{(-٤\,س\,ص^{٢})^{٢}}$ = ... [$\frac{س^{٣}}{٢ص}$ ، $-\frac{س^{٤}}{٢ص}$ ، $\frac{س^{٥}}{٢ص^{٢}}$ ، $\frac{س^{٤}}{ص}$]

[جـ] أَيٌّ مِنَ الآتِي الأَكْبَرُ؟ [$٦٫٣ \times ١٠^{٥}$ ، $٩٫٨ \times ١٠^{٤}$ ، $٥٫٢ \times ١٠^{٥}$]

[د] $\left(\frac{م^{٢}}{ن^{-٢}}\right)^{-١}\left(\frac{٣م^{-٣}}{ن^{-٢}}\right)^{-٢}$ = ... [$\frac{٩\,م^{٣}}{ن^{٧}}$ ، $\frac{م^{٢}}{٩\,ن^{٧}}$ ، $\frac{م^{٢}}{٩\,ن}$ ، $\frac{٩\,م^{٢}}{ن}$]

[هـ] $\frac{(٢\,م\,ب^{-٢})^{صفر}}{٣^{صفر}\,م^{-٢}\,ب}$ = ... [$\frac{م^{٢}}{٣\,ب^{٢}}$ ، $م^{٢}$ ، ١ ، $\frac{م^{٢}}{ب}$]

[و] $٢٫٣٧ \times ١٠^{-٤}$ = ... [٠٫٠٠٠٢٣٧ ، ٠٫٠٠٠٠٢٣٧ ، ٢٣٧٠٠ ، ٠٫٠٠٠٠٠٢٣٧]

٢ [أ] اخْتَصِرْ إِلَى أَبْسَطِ صُورَةٍ كُلًّا مِمَّا يَلِي:

١) $\frac{س^{٢}\,ص}{س}\left(\frac{ص^{٢}}{٢س}\right)^{٣}$

٢) $\frac{م^{-١}}{ب^{٣}}\left(\frac{م^{-١}}{٢ب^{٢}}\right)^{-٢}$

[ب] ضَعِ الْعَلَامَةَ الْمُنَاسِبَةَ (< أو >):

١) $٦٫٤ \times ١٠^{٣}$ ☐ $٤٫٦ \times ١٠^{٢}$

٢) $٦٫٢ \times ١٠^{٤}$ ☐ $٤٫١ \times ١٠^{٥}$

٣) ٠٫٠٠٤١ ☐ $٣٫٢ \times ١٠^{-٢}$

٤) ٤٣٧٠ ☐ $٣٫٤١ \times ١٠^{٤}$

٥) $٢٫١٠ \times ١٠^{-٥}$ ☐ $١٫٨٢ \times ١٠^{-٥}$

٦) $٩٫١ \times ١٠^{-٤}$ ☐ $١٫٢ \times ١٠^{-٥}$

٧) $٦٫٩٢٠ \times ١٠^{٥}$ ☐ ٩٦٢٣٠

٨) $٣٫٦٩ \times ١٠^{-٤}$ ☐ ٠٫٠٠٠٠٦٢٣

٣ أكمل:

[أ] المعكوس الجمعي للعدد النسبي $(\frac{-٢}{٥})^{٢}$ هو ....

[ب] المعكوس الضربي للعدد النسبي $\sqrt{\frac{١٠}{٢،٥}}$ = ...

[جـ] $(\frac{-٣}{٧})^{٧} \div (\frac{٣}{٧})^{٥}$ = ... في أبسط صورة.

[د] مجموعة حل المعادلة : -٢ س $+ ١ = -٣$ في ص هو ....

[هـ] $(-\frac{١}{٢})^{٣} - (-\frac{١}{٢})^{٢}$ = ...

[و] $\sqrt{(-\frac{٥}{٦})^{٢}}$ = ...

٤ [أ] إذا كان طول ضلع مستطيل يساوي ضعف عرضه وكانت مساحة المستطيل تساوي ٢٤،٥ $سم^{٢}$ احسب كلًا من الطول والعرض.

[ب] إذا كانت $\frac{٣}{٤}$ مساحة مربع تساوي $١\frac{١١}{٦٤}$ $م^{٢}$. فاحسب طول ضلعه.

٥ [أ] إذا كان $\frac{٢}{ب}$ عددًا نسبيًا، $\frac{٢^{٢}}{ب^{٢}}$ = ٠،١٦ فأوجد قيمة $(\frac{٢}{ب})^{٢}$

[ب] إذا كان أ = $-\frac{١}{٢}$ ، ب = ٢ ، حـ = $\frac{٣}{٤}$

فأوجد القيمة العددية للمقدار: $أ^{٢}ب^{٢} + ب^{٢}$حـ $- ٨$ أ ب حـ

٦ [أ] حل المعادلة الآتية:

$\frac{٥}{٦}$ س $- ٤ = ١١$ حيث س ∈ ن

[ب] أوجد القيمة العددية للمقدار: ١٦ س ÷ ٤ ص + ٤ ص س عندما س = ٩ ، ص = ٦

[جـ] أوجد مجموعة الحل للمتباينة $س^{٢} - ٧ > ٦$ إذا كانت مجموعة التعويض هي { ٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ }

٧ [أ] حل كلًا من المتباينات الآتية :

١) ٩ س + ١ ⩾ ٤ (٢ س + $\frac{١}{٤}$) ، س ∈ ص **ومثل مجموعة الحل على خط الأعداد.**

٢) ١ - (٤ أ - ١) > ٢ (أ - ٣) ، أ ∈ ن

[ب] ثمن كيلو جرام من الموز يزيد عن ثمن كيلو جرام من العنب بمقدار جنيه إذا كان ثمن ٢ كيلوجرام من الموز، ٤ كيلوجرام من العنب يساوي ٢٠ جنيهًا.

أوجد ثمن الكيلوجرام الواحد من كل نوع.

تَمْرِينٌ (٢-١) على العَيِّنَاتُ

١ يَقُومُ مِقْصَفُ أَحَدِ الْمَصانِعِ بِاسْتِطْلاعِ آراءِ ٤٢٧ مُوَظَّفًا لِمَعْرِفَةِ مَا يُفَضِّلُونَ تَناوُلَهُ فِي فَتْرَةِ الرَّاحَةِ الَّتِي تَمْتَدُّ لِمُدَّةِ ١٥ دَقِيقَةً وَتَمَّ إِعْطاءُ كُلِّ مُوَظَّفٍ رَقْمًا مِنْ ١ حَتَّى ٤٢٧ فتم اخْتِيارُ عَيِّنَةٍ بِنِسْبَةِ ١٠٪ لِسُؤالِهِمْ وَاخْتِيارِ مَا يُفَضِّلُونَ مِنْ بَيْنِ:

- مَشْرُوباتٍ ساخِنَةٍ.
- شُورْبَةٍ ساخِنَةٍ مَعَ الْخُبْزِ.
- مَشْرُوباتٍ بارِدَةٍ مَعَ الْبَسْكَوِيتِ.
- فاكِهَةٍ مَعَ مِياهٍ نَقِيَّةٍ.

وَيَتِمُّ تَحْدِيدُ الْعَيِّنَةِ بِاخْتِيارِ ٤٣ رَقْمًا مِنَ الْأَرْقامِ الْمُتاحَةِ بِاسْتِخْدامِ الآلَةِ الْحاسِبَةِ.

حَدِّدْ أَرْقامَ الْعَيِّنَةِ بِاسْتِخْدامِ الآلَةِ الْحاسِبَةِ.

٢ لِإِجْراءِ اسْتِبْيانٍ رِياضِيٍّ عَلَى ٣١٨ طالِبًا فِي سِنِّ الْمَدْرَسَةِ فِي أَحَدِ الأَحْياءِ وَذَلِكَ لِلْمُساعَدَةِ فِي تَحْدِيدِ التَّسْهِيلاتِ التَّرْفِيهِيَّةِ اللَّازِمَةِ لِشَبابِ الْمِنْطَقَةِ.

وَتَمَّ إِعْطاءُ كُلِّ طالِبٍ رَقْمًا مِنْ ١ إِلَى ٣١٨ وَاخْتِيارُ ١٠٪ مِنْهُمْ كَعَيِّنَةٍ لِسُؤالِهِمْ عَمَّا يُفَضِّلُونَهُ مِنْ بَيْنِ:

ـ أَلْعابٍ جَماعِيَّةٍ خارِجِيَّةٍ ـ مُناقَشاتٍ فَرْدِيَّةٍ ـ أَلْعابٍ داخِلِيَّةٍ

حدد الْعَيِّنَةِ بِاخْتِيارِ ٣١ رَقْمًا مِنْ خِلالِ بَرْنامَجِ «إِكْسِلَ» الْمُوَضَّحِ فِي النَّشاطِ.

٣ تَرْغَبُ إِحْدَى شَرِكاتِ الْمُقاوَلاتِ فِي اسْتِطْلاعِ ٣٦٢ عاملاً بها حَوْلَ إِجْراءاتِ السَّلامَةِ فِي مَواقِعِ الْعَمَلِ عن:

- مَخارِجِ الطَّوارِئِ الآمِنَةِ.
- رَفْعِ السَّقَّالاتِ وَالصِّيانَةِ.
- تَحْدِيدِ أَماكِنِ وَسائِلِ الإِنْقاذِ.

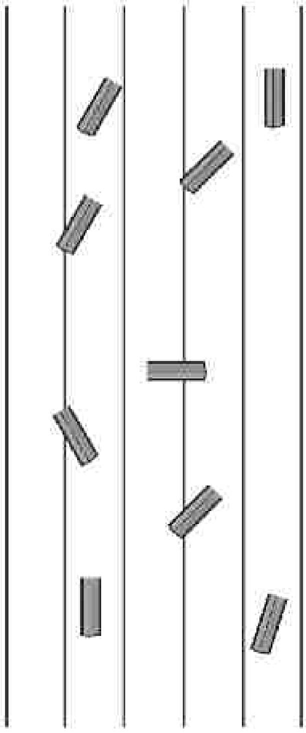
وَتَمَّ سُؤالُ ١٢٪ (مُقَرَّبًا لِلْعَدَدِ الإِجْمالِيِّ) مِنْ قُوَّةِ الْعَمَلِ مَعَ أَرْقامِ الْمُوَظَّفِينَ مِنْ ٢٠ حَتَّى ٣٨٢ لِاسْتِيضاحِ آرائِهِمْ.

وَتَمَّ تَحْدِيدُ الأَرْقامِ لِنِسْبَةِ ١٢٪ بِاسْتِخْدامِ بَرْنامَجِ الْحاسِبِ.

بِاسْتِخْدامِ بَرْنامَجِ الْحاسِبِ حَدِّدْ أَرْقامَ الْمُوَظَّفِينَ الْمُسْتَهْدَفِينَ فِي الْعَيِّنَةِ الْمُسْتَخْدَمَةِ فِي الاِسْتِبْيانِ.



تَمْرِينٌ (٢-٢)
على الإحْتِمَال



١ [أ] ارْسُـمْ ٦ خُطُـوطٍ مُتَوازِيَـة ، البعد بَيْـنَ كُلٍّ مَنْهما ٢ سـم عَلَى وَرَقَةٍ بيضاء.

[ب] احْضِرْ قطعَة خَشَبٍ طُولِهَا ٢ سم.

[جـ] ألق مِنَ ارْتِفَاعٍ مناسب قطعة الخشب لتسقط على الورقة.

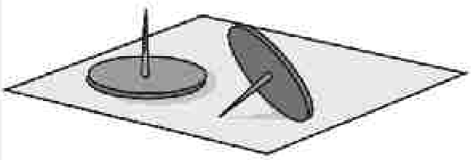
[د] كَرِّر الْمُحَاوَلَةَ ٥٠ مَرَّةً.

[هـ] سَـجِّلْ عَدَدَ الْمَرَّاتِ الَّتِي تَسْـقُطُ فِيهَا قطعة الْخَشَبِ عَلَى الْخُطُوطِ الْمُتَوازِيَةِ وَأَيْضًا بَيْنَهَا.

	على الخطوط المتوازية	بَيْنَ الْخُطُوطِ الْمُتَوَازِيَةِ	الْمَجْمُوعُ
العلامة الاحصائية			
التَّكْرَارُ			٥٠

[و] اسْتَنْتِج احْتِمَالَ سُقُوطِ قِطْعَةِ الْخَشَبِ بين الْخُطُوطِ الْمُتَوَازِيَة.

الإحْتِمَالُ = $\frac{....}{٥٠}$ = $\frac{....}{....}$



٢ [أ] أَلْقِ دَبّوسَ رَسْمٍ ١٠٠ مَرَّةٍ مِنَ ارْتِفَاعٍ مناسب.

[ب] سَجِّلْ عَدَدَ الْمَرَّاتِ الَّتِي يَقَعُ فِيهَا الدَّبّوسِ عَلَى رَأْسِهِ أَوْ عَلَى قَاعِدَتِه.

	رأس الدبوس لأعلى	رأس الدبوس لأسفل	الْمَجْمُـوعُ
الْعَلامَةُ الاحْصَائِيَّةُ			
التَّكْرَارُ			١٠٠

[جـ] اسْتَنْتِج احْتِمَالَ سُقُوطِ الدَّبُّوسِ وَرَأْسُهُ لأَعْلَى أَوْ وَرَأْسُهُ لأَسْفَلَ.

احْتِمَالُ سَقُوطِ الدَّبُّوسِ وَرَأْسُهُ لأَعْلَى = $\frac{....}{....}$

احْتِمَالُ سَقُوطِ الدَّبُّوسِ وَرَأْسُهُ لأَسْفَلَ = $\frac{....}{....}$

تَمْرِينٌ (٢-٣) على الإِحْتِمَال النَّظَرِي

١ إذَا صَادَفَتْك قِطْعَةُ نُقُودٍ وَقَدْ صُمِّمَت وَعَلَى الْوَجْهَيْنِ صُورَةٌ.

أَكْمِلْ [أ] ف = { ☐ } ، ن (ف) = ...

[ب] احْتِمَالُ ظُهُورِ الصُّورَةِ:

ل (ب) = $\frac{\text{ن (ب)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{...}{...}$ = ☐

[جـ] احْتِمَالُ ظُهُورِ الْكِتَابَةِ:

ل (جـ) = $\frac{\text{ن (جـ)}}{\text{ن (ف)}}$ = $\frac{...}{...}$ = ☐

٢ أُلْقِيَ حَجَرُ نَرْدٍ مُنْتَظِمٍ مَرَّةً وَاحِدَةً مَا احْتِمالُ ظُهُورِ:

[أ] عدد زوجي [ب] عَدَدٍ أولي [جـ] عَدَدٍ أَكْبَرُ مِنْ ٣

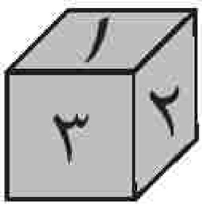
٣ سُحِبَتْ بِطَاقَةٌ عَشْوَائِيًّا مِنْ ٢٥ بِطَاقَة مُرَقَّمَة مِنْ ١ إِلَى ٢٥ احْسِبِ احْتِمَالَ أَنْ تَحْمِل الْبِطَاقَة عَدَدًا:

[أ] يقبل القسمة على ٥ [ب] أكبر من أو يساوي ٢٠ [جـ] مربع كامل

٤ سُحِبَتْ بِطَاقَةٌ مَكْتُوبٌ عَلَيْهَا حَرْفٌ مِنْ حُرُوفِ (تفاح) مَا احْتِمَالُ أَنْ يَكُونَ الْحَرْفُ:

[أ] ت [ب] ف [جـ] ع

٥ صُمِّمَ مكعب، بحيث يحمل كل وجهين متقابلين فيه أحد الأرقام التالية ١ ، ٢ ، ٣ ألقي المكعب مرة واحدة ولوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوي.



[أ] اكْتُبْ فضاء الْعَيِّنَةِ لِلنَّواتِجِ.

[ب] مَا احْتِمال أَنْ يكون العدد الظاهر على الوجه العلوي ٢؟

[جـ] مَا احْتِمال أَنْ يَكُونَ العدد الظاهر على الوجه العلوي فَرْدِيًّا؟

٦ صُنْدُوقٌ يَحْتَوِي عَلَى ٥ كُرَاتٍ بَيْضَاء، ٤ كُرَاتٍ سَوْدَاء، ٧ كُرَاتٍ حَمْرَاء.. سُحِبَتْ كُرَةٌ عَشْوَائِيًّا مِنْ هَذَا الصُّنْدُوقِ. اُكْتُبْ فَضَاءَ العَيِّنَةِ ثُمَّ أَوْجِدِ احْتِمَالَ كُلٍّ مِنَ الْأَحْدَاثِ الآتِيَةِ:

[أ] حَدَثُ أَنْ تَكُونَ الْكُرَةُ الْمَسْحُوبَةُ بَيْضَاء.

[ب] حَدَثُ أَنْ تَكُونَ الْكُرَةُ الْمَسْحُوبَةُ حَمْرَاء.

[جـ] حَدَثُ أَنْ تَكُونَ الْكُرَةُ الْمَسْحُوبَةُ لَيْسَتْ بَيْضَاء.

٧ سُـحِبَتْ بِطَاقَةٌ عَشْـوَائِيًّا مِنْ ثَمَانِي بِطَاقَاتٍ مُرَقَّمَةٍ مِنْ ١ إِلَى ٨ أُكْتُب فَضَاءَ الْعَيِّنَةِ ثُمَّ أَوْجِدِ احْتِمَالَ كُلٍّ مِنَ الْأَحْدَاثِ الآتِيَةِ:

[أ] حَدَثُ الْحُصُولِ عَلَى عَدَدٍ زَوْجِيٍّ.

[ب] حَدَثُ الْحُصُولِ عَلَى عَدَدٍ فَرْدِيٍّ.

[جـ] حَدَثُ الْحُصُولِ عَلَى عَدَدٍ أَكْبَرَ مِنْ أَوْ يُسَاوِي ٦

[د] حَدَثُ الْحُصُولِ عَلَى عَدَدٍ يَقْبَلُ الْقِسْمَةَ عَلَى ٣

٨ فِـي تَجْرِبَـةٍ لِإِلْقَاءِ حَجَرِ نَرْدٍ مَرَّةً وَاحِدَةً وَمُلَاحَظَةِ عَدَد النُّقَط الَّذِي يَظْهَرُ عَلَى الْوَجْهِ الْعُلْوِيِّ. أُكْتُبْ فَضَاءَ الْعَيِّنَةِ، ثُمَّ أَوْجِدِ احْتِمَالَ كُلٍّ مِنَ الْأَحْدَاثِ الآتِيَةِ:



[أ] حَدَثُ الْحُصُولِ عَلَى عَدَدٍ أَكْبَرَ مِنْ ٦

[ب] حَدَثُ الْحُصُولِ عَلَى عَدَدٍ يُحَقِّقُ الْمُتَبَايِنَةَ ١ ≤ س ≤ ٦

[جـ] حَدَثُ الْحُصُولِ عَلَى عَدَدٍ يُحَقِّقُ الْمُتَبَايِنَةَ ٢ < س < ٤

٩ مِنْ مَجْمُوعَةِ الْأَرْقَامِ {٢، ٣، ٥} كَوِّنْ عَدَدًا مِنْ رَقْمَيْنِ.. مَا احْتِمَالُ كُلٍّ مِنَ الْأَحْدَاثِ الآتِيَةِ:

[أ] حَدَثُ أَنْ يَكُونَ رَقْمُ الْعَشَرَاتِ فَرْدِيًّا.

[ب] حَدَثُ أَنْ يَكُونَ رَقْمُ الآحَادِ فَرْدِيًّا.

[جـ] حَدَثُ أَنْ يَكُونَ مَجْمُوعُ الرَّقْمَيْنِ ٧

[د] حَدَثُ أَنْ يَكُونَ حَاصِلُ ضَرْبِ الرَّقْمَيْنِ ١٥

١٠ فَصْلٌ دِرَاسِي بِه ٤٠ تلميذاً نَجَحَ مِنْهُم ٣٠ تلميذاً فِي الرِّيَاضِيَّاتِ ، ٢٤ تلميذاً فِي الْعُلُومِ، ٢٠ تلميذاً فِي الامْتِحَانَيْنِ. فَإِذَا اخْتِيرَ تلميذاً عَشْوائِيًّا. أَوْجِدِ احْتِمَال أَنْ يَكُونَ التلميذ المُخْتَار:

[أ] نَاجِحًا فِي الرِّيَاضِيَّات

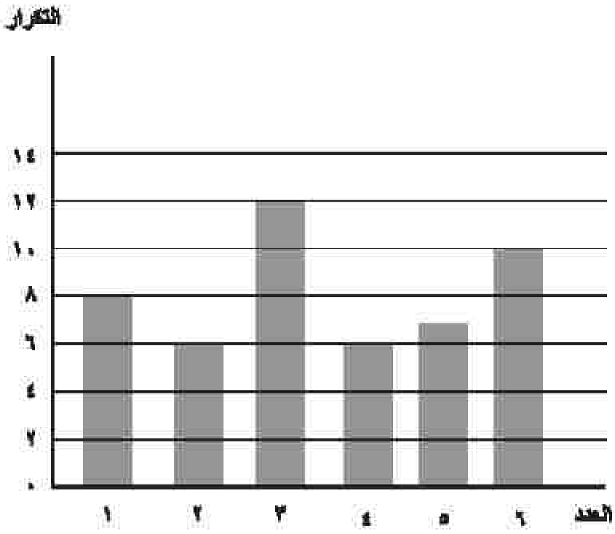
[ب] نَاجِحًا فِي الْعُلُومِ

[جـ] رَاسِبًا فِي الْعُلُومِ

[د] رَاسِبًا فِي الرِّيَاضِيَّاتِ وَالْعُلُومِ

نشاط الوحدة الثانية : الأحصاء والأحتمال

نشاط (١) : الأحتمال التجريبي - الأحتمال النظري



الشكل البياني المقابل :

يوضح العديد من المحاولات لتجريه القاء حجر نرد

منتظم عدة مرات

(أ) أوجد الاحتمال التجريبي لظهور العدد ٦ ؟

من الرسم البياني نلاحظ

إن العدد ٦ ظهر علي الوجه العلوي

١٠ مرات ومن الرسم نلاحظ

إن إجمالي عدد المحاولات للتجربة هي : ٩+٦+١٢+٦+٧+١٠= ٥٠ محاوله

ل (٦) = $\frac{\text{عدد النواتج التي حصلت عليها}}{\text{عدد النواتج الممكنة}}$

= $\frac{١٠}{٥٠}$ = $\frac{١}{٥}$ والتي تمثل ٢٠٪

(ب) أحسب الأحتمال النظري لظهور العدد ٦

فضاء النواتج للتجربه = { ١،٢،٣،٤،٥،٦}

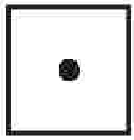
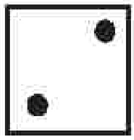
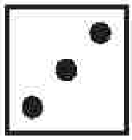
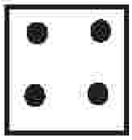
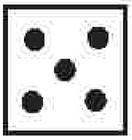
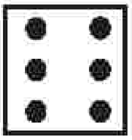
إحتمال ظهور العدد ٦ = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث}}{\text{عدد عناصر فضاء العينه}}$

= $\frac{١}{٦}$ ≃ ١٧٪

بما تفسر اختلاف الإجابتين في (أ) ، (ب)

نشاط (٢) :

الجدول الأتي يبين نواتج إلقاء حجر نرد منتظم ١٢٠ مره

العدد						
التكرار	١٦	٢٤	١٧	٢٥	٣٠	٨

(أ) أحسب الإحتمال التجريبي للحصول علي عدد بين ١، ٦

(ب) أحسب الإحتمال النظري للحصول علي عدديين ١، ٦

(ج) بما تفسر أختلاف الإجابات في (أ) ، (ب)

١ ضَعْ ✓ أَمَامَ الإجَابَةِ الصَّحِيحَةِ:

[أ] رَشَادٌ تِلْمِيذٌ فِي الصَّفِّ الأَوَّلِ الإِعْدَادِيِّ فِي فَصْلِهِ ٣٦ تِلْمِيذًا مِنْهُمْ ١٦ بِنْتًا إِذَا اخْتِير تِلْمِيذٌ عَشْوَائِيًّا مِنَ الْفَصْلِ، مَا احْتِمَالُ أَنْ يَكُونَ التِّلْمِيذُ ولدًا [$\frac{٤}{٩}$ ☐ ، $\frac{١}{٢}$ ☐ ، $\frac{٥}{٩}$ ☐ ، $\frac{١}{٣٦}$ ☐]

[ب] الْجُدْوَلُ التَّالي يَوَضِّحُ ٦ أَقسَـامٍ فِي شَـرِكَةٍ صِنَاعِيَّةٍ صَغِيرةٍ بَهَا ٤٨ مُوَظفًا إِذَا اخْتِيرَ أَحَدُ الْمُوَظَّفِينَ عَشْوَائِيًّا فَمَا احْتِمَالَ أَنْ يَكُونَ فِي قِسْمِ الْمَخَازِنِ؟

القِسمُ	الإدَارَةُ	المُحَاسَبَة	الصِّيَانَةُ	مَخَازِنُ	مُشْتَرَيَاتٌ	عُمَالٌ
عَدَدُ الْمَوَظَّفِينَ	٣	٣	٢٨	٤	٨	٢

[$\frac{١}{٤٨}$ ☐ ، $\frac{٧}{١٢}$ ☐ ، $\frac{١}{١٦}$ ☐ ، $\frac{١}{١٢}$ ☐]

[ج] الْجُـدْوَلُ التَّالــي يَوَضِّحُ أَعْدَادَ ١٢٠ مُتَطَوِّعًا فِي ٣ مَجْمُوعاتٍ لِعَمَلِ تَصْمِيـمٍ وبَحْثٍ عَنْ نَظَافَةِ الْبِيئَةِ، فَإِذَا اخْتِيرَ أَحَدُ الْمُتَطَوِّعِينَ عَشْوَائِيًّا، فَمَا احْتِمَالُ أَنْ يَكُونَ مِنْ مَجْمُوعَةِ الطِّبَاعَةِ؟

مَجْمُوعَةُ	التَّصْمِيمِ	الطِّبَاعَةِ	التَّوْزِيعِ
الْعَدَدِ	٢٠	٤٠	٦٠

[٠,٥ ☐ ، ٠,٣ ☐ ، ٠,٤ ☐ ، ٠,١ ☐]

[د] اخْتِيرَ عَشْوَائِيًّا حَرْفٌ مِنْ حُرُوفِ «مَدْرَسَةٍ» فَمَا احْتِمَالُ أَنْ يَكُونَ هَذَا الْحَرْفُ «س»؟

[$\frac{١}{٥}$ ☐ ، $\frac{٢}{٥}$ ☐ ، $\frac{٣}{٥}$ ☐ ، $\frac{٤}{٥}$ ☐]

[هـ] أُلْقِىَ حَجَرُ نَرْدٍ مَرَّةً وَاحِدَةً، فَمَا احْتِمَالَ أَنْ يَظْهَرَ عَلَى الْوَجْهِ الْعُلْوِيِّ عَدَدٌ زَوْجِيٌّ؟

[$\frac{١}{٣}$ ☐ ، $\frac{١}{٦}$ ☐ ، $\frac{١}{٤}$ ☐ ، $\frac{١}{٢}$ ☐]

٢ حُسَيْنٌ تِلْمِيذٌ فِي الصَّفِّ الأَوَّلِ الإِعْدَادِيِّ وَعَدَدُ تَلامِيذِ فَصْلِهِ ٤٦ تِلْمِيذًا، مِنْهُمْ ١٩ بِنْتًا فَإِذَا اخْتِيرَ تِلْمِيذ مِنَ الْفَصْلِ عَشْوَائِيًّا، مَا احْتِمَالُ (لأَقْرَبِ جُزْءٍ مَنْ عَشْرَةٍ) أَنْ يَكُونَ التِّلْمِيذُ

[أ] وَلَدًا؟ [ب] بِنْتًا؟ [جـ] حُسَيْنًا؟

٣ سُحِبَتْ بِطَاقَةٌ عَشْوَائِيًّا مِنْ بِطَاقَاتٍ مُرَقَّمَة مِنْ ١ إِلَى ١٠ مَا احْتِمَالَ أَنْ تَكُونَ الْبِطَاقَةُ تَحْمِل عَدَدًا:

[أ] فرديًّا؟ [ب] أوليًّا؟ [جـ] عَدَدًا زَوْجِيًّا؟ [د] عَدَدًا فَرْدِيًّا أَكْبَرَ مِنْ٣ ؟

٤ سُحِبَتْ بِطَاقَةٌ عَشْوَائِيًّا مِن بِطَاقَاتٍ مَكْتُوبٌ عَلَى كُلٍّ مِنْهَا حَرْفٌ مَنْ حُرُوفِ كَلِمَةِ «مصر» مَا احْتِمَال أَنْ تَكُونَ الْبِطَاقَةُ مَكْتُوبٌ عَلَيْهَا حَرْفُ:

[أ] م [ب] ر [جـ] ل

٥ الْجَدْوَلُ التَّالي يَوَضِّحُ عَيِّنَةً مُكَوَّنَةً مِنْ ١٠٠ مُشَاهِدٍ لِلْبَرَامِجِ التِّلِيفِزْيُونِيَّةِ اخْتِيرَ أَحَدُ الْمُشَاهِدِينَ عَشْوَائِيًّا مَا احْتِمَالُ أَنَّ الْمُشَاهِدُ يُفَضِّلُ بَرْنَامَجًا:

البَرَامِجُ	أَفْلامٌ تَسْجِيلِيَّةٌ	المسلسلات	الأخبار	الرياضة
عَدَدُ الْمُشَاهِدِين	١٢	٣١	٢١	٣٦

[أ] رِيَاضِيًّا [ب] إِخْبَارِيًّا [جـ] الْمُسَلْسَلاتِ [د] أَفْلامًا تَسْجِيلِيَّة

٦ الْبَيَانَاتُ التَّالِيَةُ تُوَضِّحُ أَنْوَاعَ الْمَأْكُولاتِ لِعَدَدِ ٢٥٠ فَرْدًا تَنَاوَلُوا الْعَشَاءَ فِي أَحَدِ الْمَطَاعِمِ، فَإِذَا اخْتِيرَ أَحَدُ الأَفْرَادِ عَشْوَائِيًّا فَمَا احْتِمَالُ أَنْ يَتَنَاوَلَ:

نَوْعُ الطَّعَامِ	سَنْدَوِتْشَات جبنَةٍ	كُشَرِي	سَنْدَوِتْشَاتِ فُولَ وَطَعْمِيَّةٍ	سَنْدَوِتْشَاتِ كِبدَةٍ
عَدَدَ الأَفْرَادِ	١٠	١٠٠	٩٠	٥٠

[أ] سَنْدَوِتْشَاتِ فُولٍ وَطَعْمِيَّةٍ؟

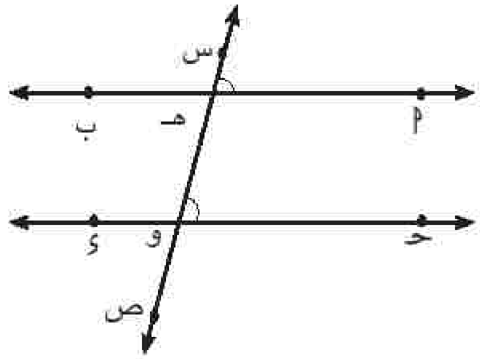
[ب] كُشَرِي؟

[جـ] سَنْدَوِتْشَاتِ كِبْدَةٍ؟

[د] سَنْدَوِتْشَاتِ جبْنَةٍ؟

تَمْرِينٌ (٣-١) الْبُرْهَانُ الِاسْتِدْلَالِيُّ

أولاً:



١ **فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ: أَثْبِتْ أَنَّهُ:**

[أ] إِذَا كَانَ ﻡب // حـء فَإِنَّ

ق (∠ س هـ ﻡ) = ق (∠ هـ و حـ)

[ب] إِذَا كَانَ ﻡب // حـء فَإِنَّ

ق (∠ هـ و حـ) + ق (∠ﻡ هـ و) = ١٨٠°

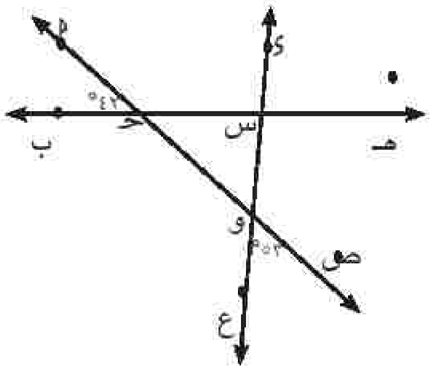
[جـ] إِذَا كَانَ ق (∠ ﻡ هـ س) = ق (∠ هـ و حـ) فَإِنَّ ﻡب // حـء

[د] إِذَا كَانَ ق (∠ هـ و حـ) + ق (∠ﻡ هـ و) = ١٨٠° فَإِنَّ ﻡب // حـء

٢ **أَثْبِتْ أَنَّ:** [أ] الْمُسْتَقِيمُ الْعَمُودِيّ عَلَى أَحَدِ مُسْتَقِيمَيْنِ مُتَوَازِيَيْنِ يَكُونُ عَمُودِيًّا عَلَى الْمُسْتَقِيمِ الآخَرِ.

[ب] إِذَا وَازَى مُسْتَقِيمَانِ مُسْتَقِيمًا ثَالِثًا كَانَ هَذَانِ الْمُسْتَقِيمَانِ مُتَوَازِيَيْنِ.

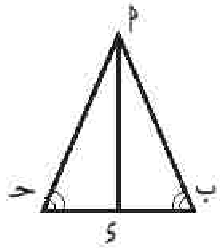
٣ **فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:**



أَثْبِتْ أَنَّ ق (∠ ء س هـ) = ٨٥°

ثُمَّ أَوْجِدْ ق (∠ ء س حـ) ، ق (∠ هـ س و)

٤ **فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:**

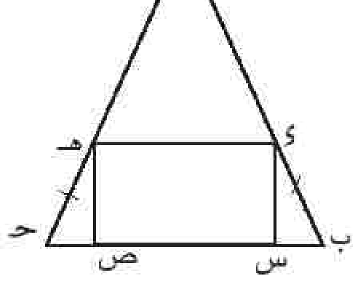


ﻡ ب حـ مُثَلَّثٌ فِيهِ ق (∠ ب) = ق (∠ حـ) ،

ﻡء مُنَصِّفُ ∠ ب ﻡ حـ

أَثْبِتْ أَنَّ: ﻡ ب = ﻡ حـ

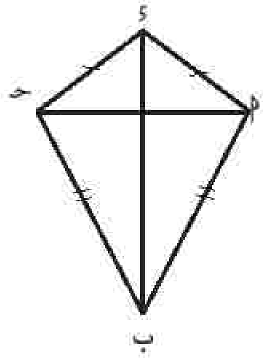
٥ **فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:**



هـ حـ = ء ب ، ء س ص هـ مُسْتَطِيلٌ

أَثْبِتْ أَنَّ: ق (∠ ﻡ ء هـ) = ق (∠ ﻡ هـ ء)

٦ فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:



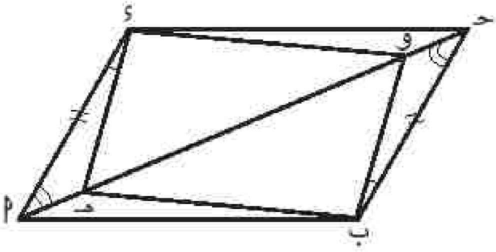
ﺍ ء = حـ ء ، ﺍ ب = ب حـ

اسْتَخْدِمْ خَاصِيَّةَ تَطَابُقِ الْمُثَلَّثَيْنِ فِي إِثْبَاتِ أَنَّ:

[أ] $\overline{\text{ب ء}}$ يُنَصِّفُ ∠ ﺍ ء حـ

[ب] $\overline{\text{ﺍ حـ}}$ ، $\overline{\text{ء ب}}$ مُتَعَامِدَانِ

٧ فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:



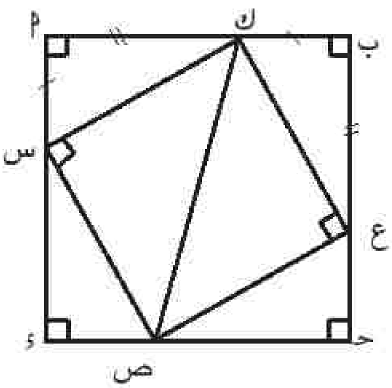
[أ] هَلِ Δ ﺍ ء هـ يُطَابِقُ Δ حـ ب و ؟ لِمَاذَا؟

[ب] أَثْبِتْ أَنَّ:

١) Δ ء هـ و ≡ Δ ب و هـ

٢) Δ ﺍ ب هـ ≡ Δ حـ ء و

٨ فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:



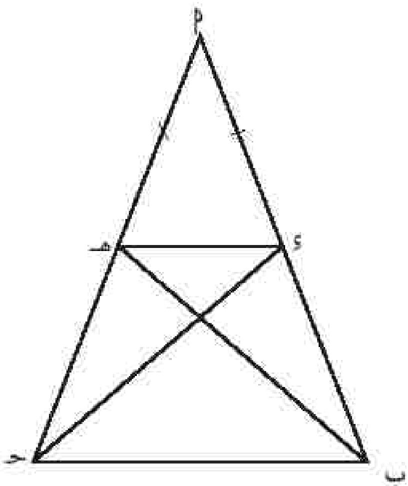
[أ] هَلِ Δ س ﺍ ك يُطَابِقُ Δ ك ب ع ؟ لِمَاذَا؟

[ب] أَثْبِتْ أَنَّ:

١) Δ س ك ص ≡ Δ ع ص ك

٢) Δ س ء ص ≡ Δ ص حـ ع

١٠ فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:



ﺍ ء = ﺍ هـ ، ق (∠ ﺍ ء حـ) = ق (∠ ﺍ هـ ب)

أَثْبِتْ أَنَّ:

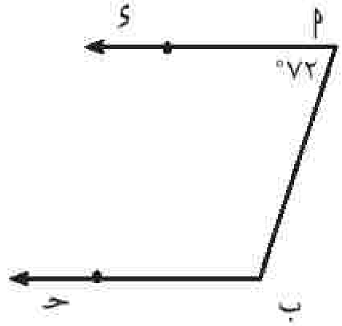
[أ] ب هـ = حـ ء

[ب] ب ء = حـ هـ

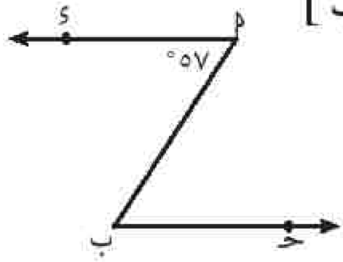
ثانياً:

١١ في كلٍّ مِنَ الْأَشْكَالِ الْآتِيَةِ إذَا كَانَ $\overleftarrow{\text{أ ء}}$ // $\overleftarrow{\text{ب حـ}}$ فَعَيِّنْ مَعَ ذِكْرِ السَّبَبِ ق (∠ أ ب حـ)

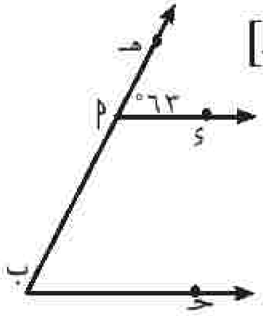
[أ]



[ب]



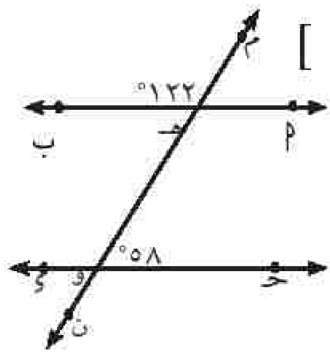
[جـ]



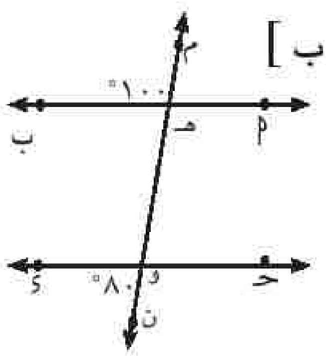
١٢ فِي كُلٍّ مِنَ الْأَشْكَالِ الْآتِيَةِ إذَا كَانَ $\overleftrightarrow{\text{م ن}}$ يَقْطَعُ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ فِي هـ ، و عَلَى التَّرْتِيبِ.

أَثْبِتْ أَنَّ: $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$

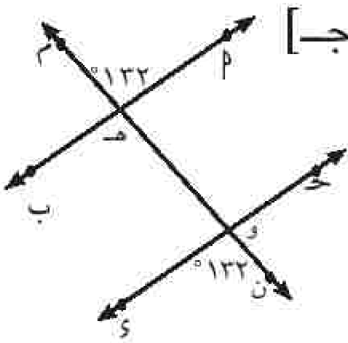
[أ]



[ب]



[جـ]

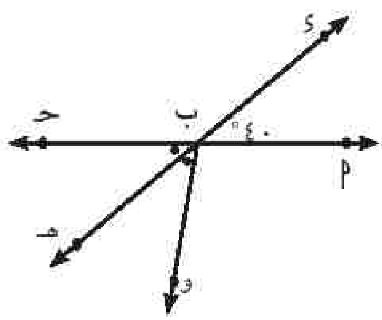


١٣ فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

$\overleftrightarrow{\text{أ حـ}}$ ∩ $\overleftrightarrow{\text{ء هـ}}$ = {ب}

، ق (∠ أ ب ء) = ٤٠° ، $\overleftarrow{\text{ب هـ}}$ يُنَصِّفُ ∠ حـ ب و

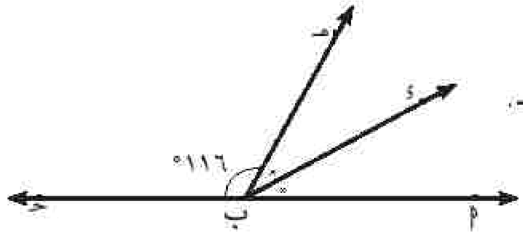
أَوْجِدْ ق (∠ أ ب و)



١٤ فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

ب ∈ أحـ ، ق(∠ حـ ب هـ) = ١١٦° ، ب ء ينصف ∠ أ ب هـ.

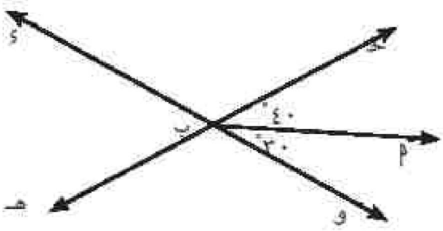
أوجد ق (∠ أ ب ء)



١٥ فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

ق(∠ أ ب و) = ٣٠° ، حـ هـ ∩ و ء = {ب} ، ق (∠ أ ب حـ) = ٤٠° ،

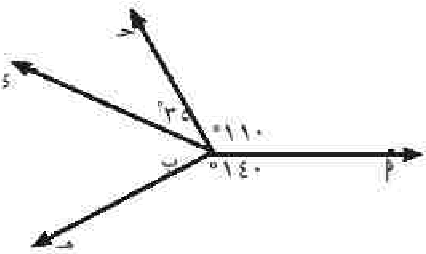
أوجد ق (∠ ء ب حـ)



١٦ فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

ق (∠ أ ب حـ) = ١١٠° ، ق (∠ حـ ب ء) = ٣٥° ،

ق (∠ أ ب هـ) = ١٤٠° ، أوْجِدْ ق (∠ هـ ب ء)

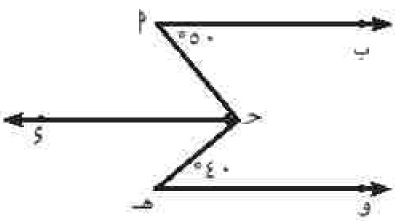


١٧ فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

أ ب // حـ ء ، ق (∠ أ) = ٥٠° ،

∠ أ حـ هـ قائمة ، ق (∠ هـ) = ٤٠°

أثبت أن : أ ب // هـ و

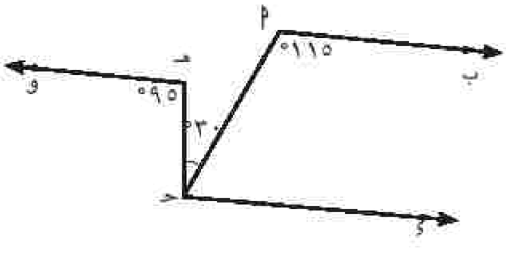


١٨ فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

هـ و // حـ ء ، ق(∠ حـ هـ و) = ٩٥° ،

ق (∠ أ حـ هـ) = ٣٠° ، ق (∠ ب أ حـ) = ١١٥°

أثبت أن : أ ب // هـ و



١٩ أ ب حـ ء شبه منحرف فيه أ ء // ب حـ ،

هـ منتصف أ ب ، رسم هـ س // ب حـ يقطع ء ب فى س ،

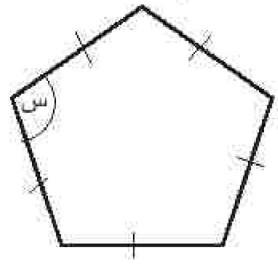
ء حـ فى ص ، ورسم ص ع // ء ب يقطع ب حـ فى ع

أثبت أن : س ء = ص ع

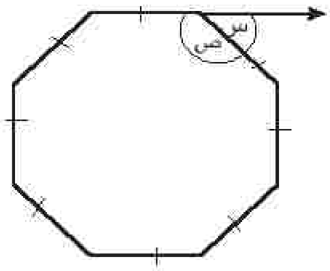
تَمْرِينٌ (٣-٢)

١ احْسِبْ قِيَاسَ الزَّاوِيَةِ الْمَجْهُولَةِ فِي كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي:

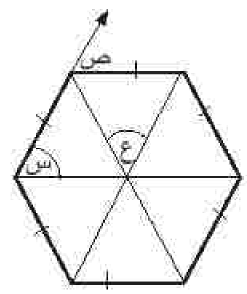
[أ]



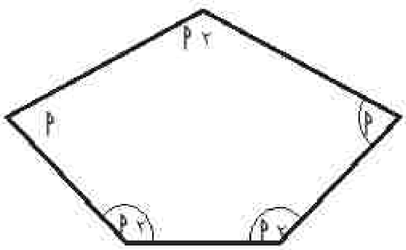
[ب]



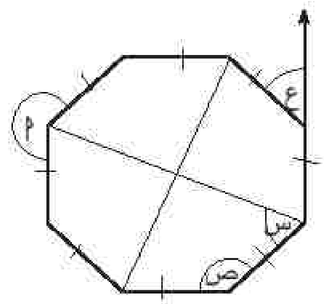
[جـ]



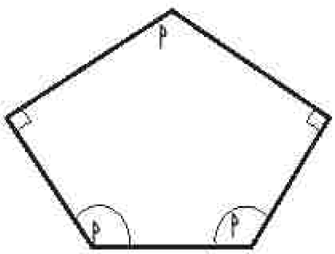
[د]



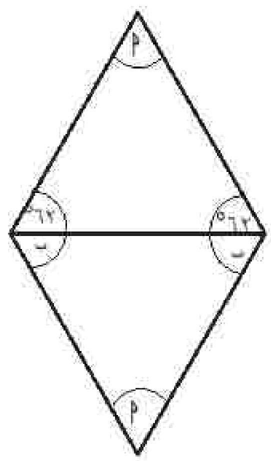
[هـ]



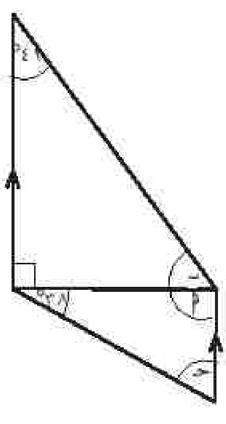
[و]



[ز]



[حـ]



٢ ارسم الشكل الرباعى أ ب حـ ء فى كل من الحالات الآتية :

(١) $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{ء حـ}}$ ، $\overline{\text{أ ء}}$ // $\overline{\text{ب حـ}}$

(٢) $\overline{\text{أ ب}}$ // $\overline{\text{ء حـ}}$ ، أ ب = ء حـ

(٣) أ ب = ء حـ ، أ ء = ب حـ

(٤) ق (∠ أ) = ق (∠ حـ) ، ق (∠ ب) = ق (∠ ء)

(٥) $\overline{\text{أ حـ}}$ ، $\overline{\text{ب ء}}$ ينصف كل منهما الآخر .

* مما سبق استنتج الحالات التى يكون فيها الشكل الرباعى متوازى الأضلاع .

٣ أكمل ما يأتى :

(١) المربع هو .... احدى زوايا قائمة .

(٢) الشكل الرباعى الذى أضلاعه متساوية فى الطول يسمى ....

(٣) متوازى الأضلاع الذى قطراه .... يسمى مستطيلاً .

(٤)متوازى الأضلاع الذى قطراه متعامدان يكون ....

(٥) أ ب حـ ء متوازى الأضلاع فيه ق (∠ أ) = ٥٠° يكون ق (∠ ب) = ...°

(٦) المستطيل هو .... إحدى زوايا قائمة .

(٧) الشكل الرباعى الذى قطراه ينصف كل منهما الآخر يسمى ....

(٨) إذا كان أ ب حـ ء معين فإن .... ⊥ ....

(٩) الشكل الرباعى الذى فيه ضلعان متوازيان يسمى ....

(١٠) فى متوازى الأضلاع س ص ع ل إذا كان ق (∠ س) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ص) فإن ق (∠ ص) = ...°

(١١) القطران فى ...... يصنع كل منهما زاوية قياسها ٤٥° مع الضلع المجاور.

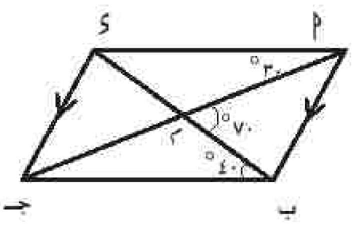
(١٢) المعين الذى محيطه ٤٢ سم يكون طول ضلعه = ... سم .

٤ أَوْجِدْ عَدَدَ أَضْلَاعِ مُضَلَّعٍ مُحَدَّبٍ مُنْتَظِمٍ قِيَاسُ إِحْدَى زَوَايَاهُ: [أ] ١٤٠° [ب] ١٣٥°

٥ هَلْ لِلْمُضَلَّعِ الْمُنْتَظِمِ زَاوِيَةٌ دَاخِلَةٌ قِيَاسُهَا ١٠٠°؟ لِمَاذَا؟

٦ إِذَا كَانَ قِيَاسُ الزَّاوِيَةِ الْخَارِجَةِ لِمُضَلَّعٍ مُنْتَظِمٍ تُسَاوِي ٣٠°، مَا عَدَدُ أَضْلَاعِ هَذَا الْمُضَلَّعِ؟ وَمَا مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ زَوَايَاهُ الدَّاخِلَةِ؟

٧ فى الشكل المقابل :



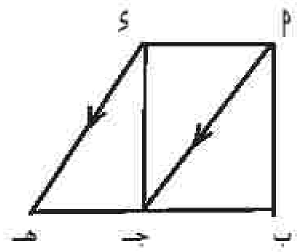
أب // ءجـ ، أجـ ∩ بء = {م} ،

ق (∠ ءأجـ) = ٣٠° ، ق (∠ ءبجـ) = ٤٠° ،

ق (∠ أمب) = ٧٠°

برهن أن الشكل أ ب جـ ء متوازى الأضلاع

٨ فى الشكل المقابل :



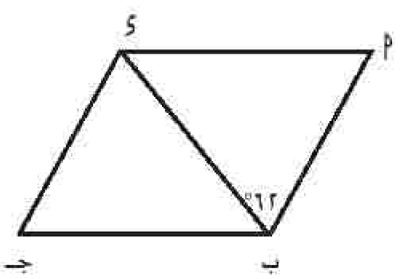
أ ب جـ ء مربع ، هـ ∈ $\overleftarrow{\text{بجـ}}$ ،

أجـ // ءهـ

(١) أثبت أن أ جـ هـ ء متوازى الأضلاع

(٢) أوجد ق (∠ أجـهـ)

٩ فى الشكل المقابل :

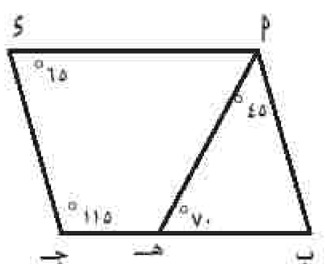


أ ب جـ ء معين ، بء قطر فيه ،

ق (∠ أ ب ء) = ٦٢°

أوجد بالبرهان ق (∠ أ)

١٠ فى الشكل المقابل :



هـ ∈ بجـ ، ق (∠ ب أ هـ) = ٤٥° ،

ق (∠أ هـ ب) = ٧٠° ، ق (∠ ء) = ٦٥° ،

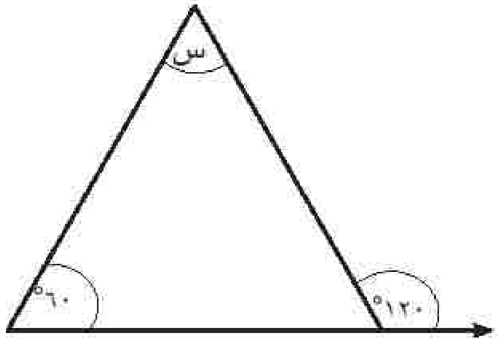
ق (∠جـ) = ١١٥°

برهن أن الشكل أ ب جـ ء متوازى الأضلاع .

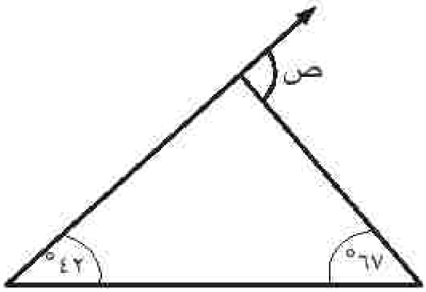
تَمْرِينٌ (٣-٣)

(١) احْسِبْ قِيَاسَ الزَّاوِيَةِ الْمَجْهُولَةِ فِي كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي:

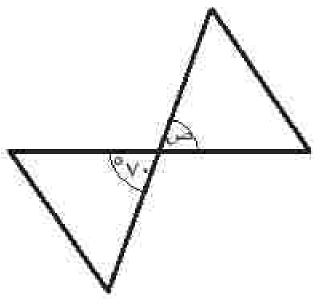
أ)



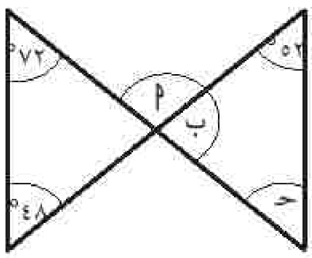
ب)



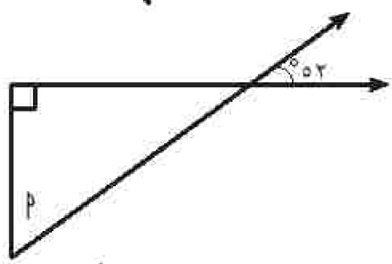
جـ)



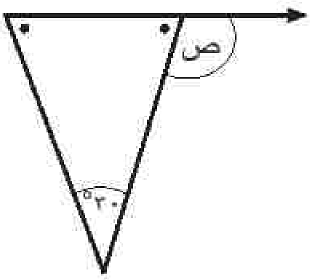
د)



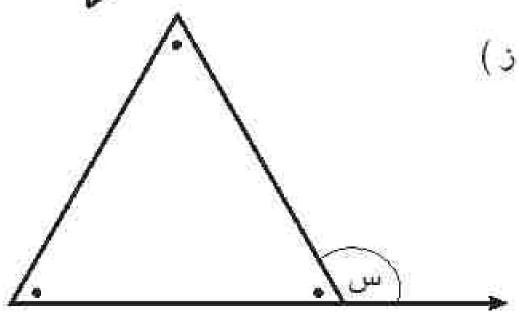
هـ)



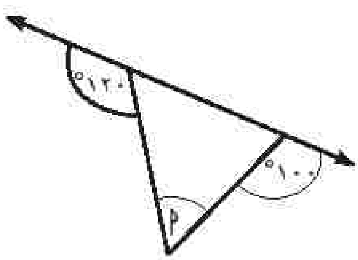
و)



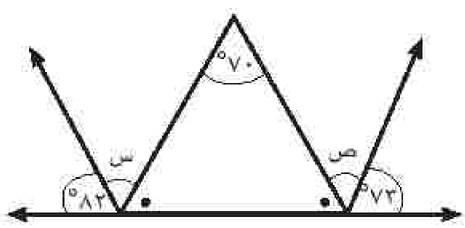
ز)



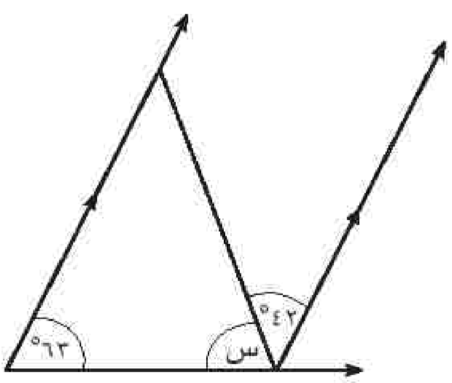
ح)



ط)



ى)



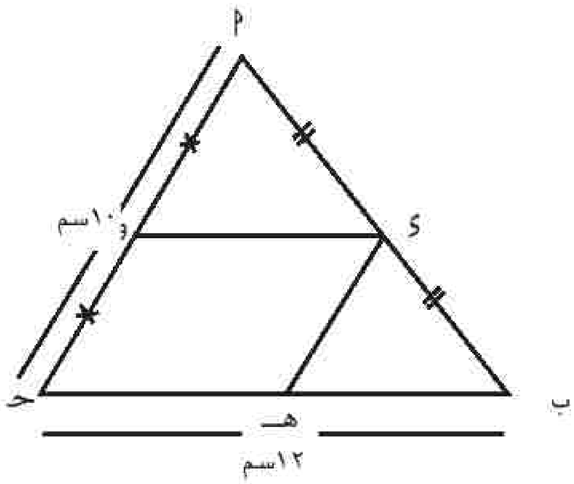
(٢) فى الشكل المقابل

ﺃ ب ﺣ مثلث فيه ء ، هـ ، و منتصفات

$\overline{ﺃب}$ ، $\overline{بﺣ}$ ، $\overline{ﺃﺣ}$ على الترتيب

بﺣ = ١٢سم ، ﺃﺣ = ١٠سم

أوجد محيط الشكل ء هـ ﺣ و

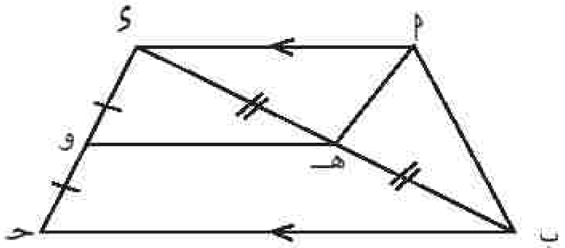


(٣) فى الشكل المقابل :

∵ $\overline{ﺃء}$ // $\overline{بﺣ}$ ، ﺃء = $\frac{1}{2}$ بﺣ ،

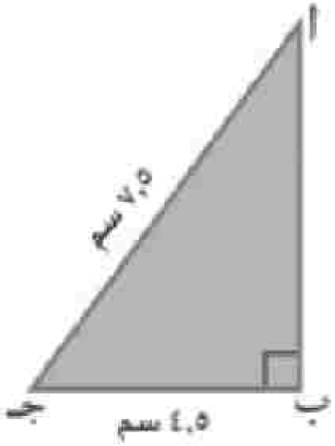
هـ منتصف $\overline{ءب}$ ، و منتصف $\overline{ءﺣ}$

أثبت أن الشكل ﺃ هـ و ء متوازى الأضلاع



تمْرِينٌ (٣-٤)

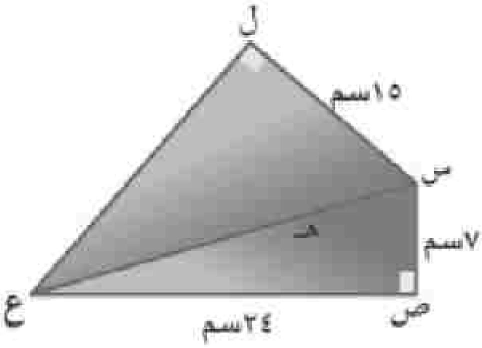
نظرية فيثاغورث



١ أ ب حـ مثلث قائم الزاوية فى ب

فإذا كان : ب جـ = ٤,٥ سم ، أجـ = ٧,٥ سم

فأوجد : طول $\overline{أب}$



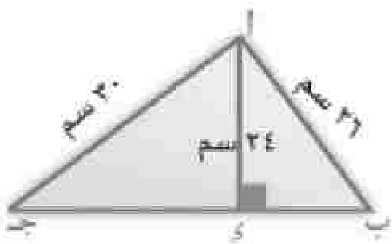
٢ س ص ع ل شكل رباعى فيه

ق (∠ س ص ع) = ق(∠س ل ع) = ٩٠°

س ص = ٧ سم ، ص ع = ٢٤سم

س ل =١٥ سم

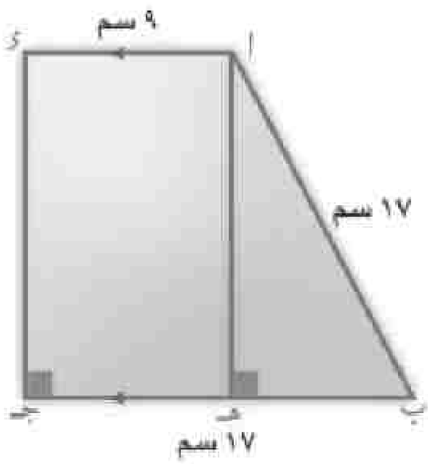
أوجد طول كل من $\overline{س ع}$ ، $\overline{ل ع}$



٣ أ ب جـ مثلث فيه $\overline{أ ء}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$

فإذا كان أ ء = ٢٤سم ، أ ب = ٢٦ سم ، أ جـ = ٣٠سم

أوجد ب جـ واحسب مساحة المثلث أ ب جـ



٤ أ ب جـ ء شبه منحرف

فيه $\overline{أ ء}$ // $\overline{ب جـ}$

ق (∠ ء جـ ب) = ٩٠° ، $\overline{أ هـ}$ ⊥ $\overline{ب جـ}$

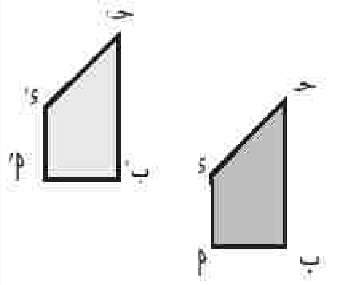
وكان أ ب = ب جـ = ١٧سم

أ ء = ٩ سم أوجد طول $\overline{ء جـ}$ واحسب مساحة شبه المنحرف

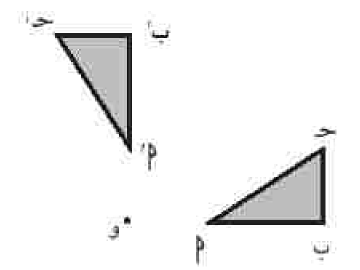
التحويلات الهندسية

تَمْرِينُ (٣-٥)

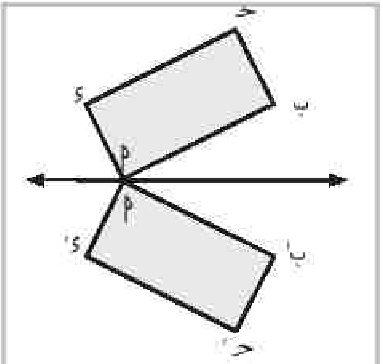
١ صِفْ نَوْعَ التَّحْوِيلَةِ الْهَنْدَسِيَّةِ (انْعِكَاسٌ - انْتِقَالٌ - دَوَرَانٌ) فِي كُلِّ شَكْلٍ مِمَّا يَلِي :



[أ] ....



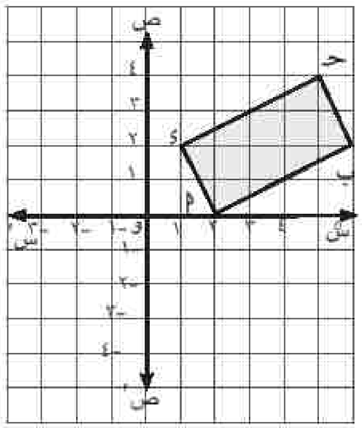
[ب] ....



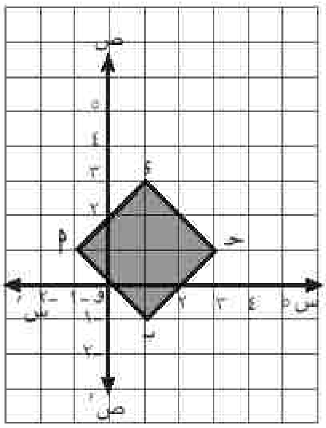
[جـ] ....

٢ ارْسُمْ صُوْرَةَ كُلِّ شَكْلٍ مِنْ الأَشْكَالِ الآتِيَةِ حَسَبَ التَّحْوِيلَةِ الْهَنْدَسِيَّةِ الْمُوَضَّحَةِ ثُمَّ صِفْ نَوْعَهَا :

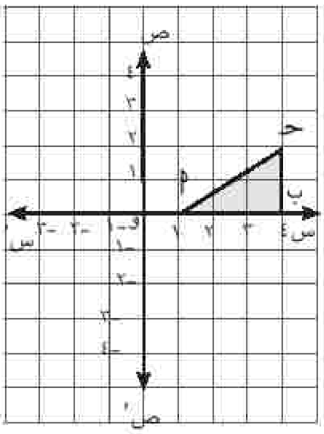
[أ] (س ، ص) ← (س ، -ص)



[جـ] (س ، ص) ← (س+٢ ، ص+٣)



[ب] (س ، ص) ← (-س ، -ص)



٣ ارْسُمْ صُورَةَ الْمُضَلَّعِ أ ب حـ د هـ و حَسَبَ التَّحْوِيلَةِ الْهَنْدَسِيَّةِ الْمُوَضَّحَةِ ثُمَّ صِفْ نَوْعَهَا :

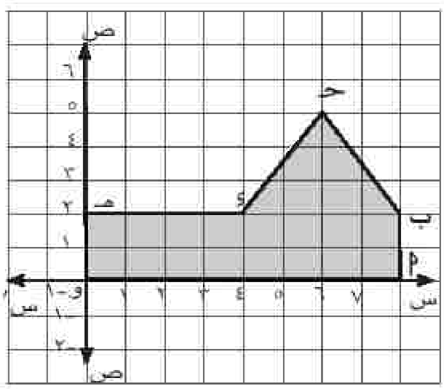
[أ] (س ، ص) ← (-س ، ص)

[ب] (س ، ص) ← (س ، ص + ٥)

[جـ] (س ، ص) ← (-س ، - ص)

[د] (س ، ص) ← (س - ٥ ، ص)

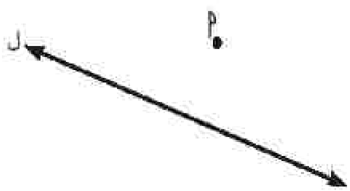
[هـ] (س ، ص) ← (س ، - ص)

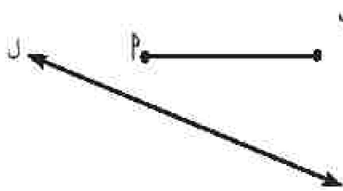


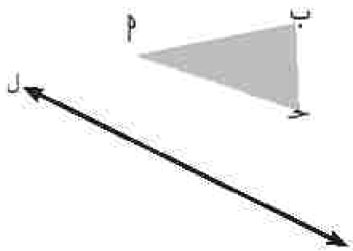
الانعكاس في المستقيم

تَمْرِينٌ (٣-٦)

١ أَوْجِدْ صُورَةَ كُلٍّ مِنْ أ ، $\overline{\text{أب}}$ ، Δ أ ب حـ بِالِانْعِكَاسِ فِي الْمُسْتَقِيمِ ل:

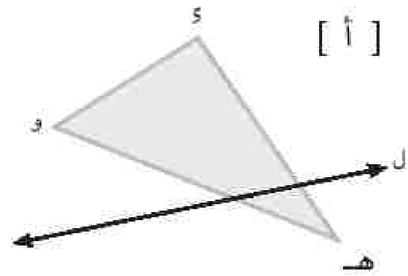




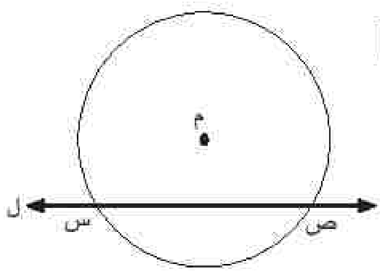


٢ أَوْجِدْ صُورَةَ كُلٍّ مِنْ الْمُثَلَّثِ ء هـ و وَ الدَّائِرَةِ الَّتِي مَرْكَزُهَا م بِالِانْعِكَاسِ فِي الْمُسْتَقِيمِ ل:

[أ]



[ب]



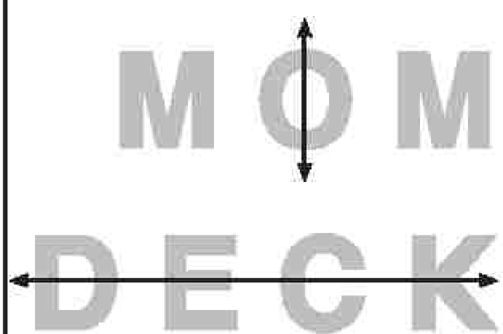
٣ ارْسُمْ صُورَةَ الْمُثَلَّثِ س ص ع الَّذِي أَطْوَالُ أَضْلَاعِهِ س ص = ٣ سم ، ص ع = ٥ سم ، ع س = ٧ سم بِالِانْعِكَاسِ فِي الْمُسْتَقِيمِ الَّذِي يَحْتَوِي الضِّلْعَ الأَكْبَرَ.

٤ ارْسُمْ صُورَةَ الْمُثَلَّث أ ب حـ الَّذِي فِيهِ أ ب = ٣ سم ، ب حـ = ٤ سم ، أ حـ = ٥سم بِالِانْعِكَاسِ فِي الْمُسْتَقِيمِ الَّذِي يَحْتَوِي الضِّلْع الأَصْغَر.

٥ فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

إِذَا انْعَكَسَتْ الْكَلِمَةُ الْمَكْتُوبَةُ بِاللُّغَةِ الإِنْجِلِيزِيَّةِ عَلَى الْمُسْتَقِيمِ الْمَرْسُومِ فَتَظَلُّ كَمَا هِيَ.

اكْتُبْ كَلِمَاتٍ أُخْرَي أو حروفاً أو أشكالاً لَا تَتَغَيَّرُ عِنْدَمَا تَنْعَكِسُ عَلَى خَطٍّ مُسْتَقِيم.

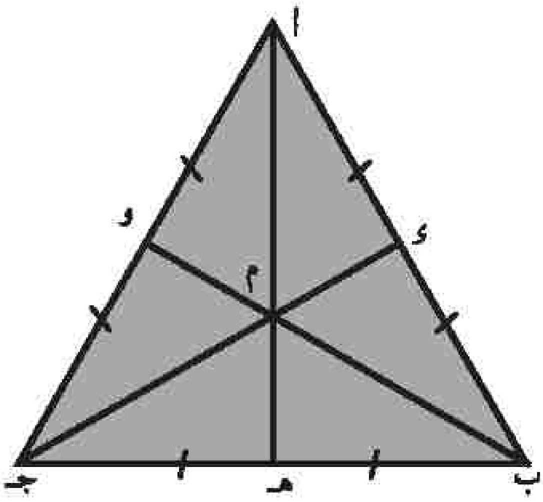


تَمْرِينُ (٣-٧) الاِنْعِكَاس فِي المستوى و الاِنْعِكَاس فى نقطة

١ فى الشكل المقابل:

أ ب جـ مثلث متساوى الأضلاع فيه ى، هـ، و منتصفات $\overline{أ ب}$ ، $\overline{ب جـ}$، $\overline{جـ أ}$ على الترتيب، وكان: $\overline{أ هـ}$ ∩ $\overline{ب و}$ ∩ $\overline{جـ ى}$ ={م}.

أكمل مايأتى:



١ محاور تماثل المثلث أ ب جـ هى ....

٢ $\overline{أ ب}$ صورة $\overline{أ جـ}$ بالانعكاس فى ....

٣ صورة $\overline{أ و}$ بالانعكاس فى $\overleftrightarrow{ب و}$ هى ....،

وصورة $\overline{جـ و}$ بالانعكاس فى $\overleftrightarrow{أ هـ}$ هى ....

٤ صورة △ أ م ى بالانعكاس فى $\overleftrightarrow{أ هـ}$ هى ....

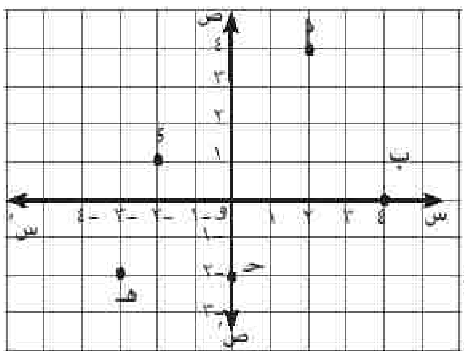
∴ ق(∠ أ م ى) = ق(∠ ....)

لأن الانعكاس يحافظ على ....

٥ صورة △ أ م ب بالانعكاس فى $\overleftrightarrow{أ هـ}$ هى ....

٦ △ ب م جـ صورة .... بالانعكاس فى $\overleftrightarrow{جـ ى}$، صورة .... بالانعكاس فى $\overleftrightarrow{ب و}$

∴ ب م = أ م ، جـ م = أ م لأن الانعكاس يحافظ على ....



٢ فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ: اكْتُبْ إِحْدَاثِيَّ صُورَةِ كُلِّ نُقْطَةٍ مِنْ النُّقَطِ أ ، ب ، حـ ، ى ، هـ بِالِانْعِكَاسِ فِي

[أ] مِحْوَرُ س [ب] مِحْوَرُ ص

٣ بِاسْتِخْدَامِ الشَّبَكَةِ التَّرْبِيعِيَّةِ الْمُتَعَامِدَةِ أَوْجِدْ صُورَةَ النُّقْطَةِ ن (٢ ، ٤) وَصُورَةَ الْمُثَلَّثِ أ ب حـ حَيْثُ أ (-٦ ، -١) ، ب (-٢ ، -١) ، حـ (-٥ ، -٦) بِالِانْعِكَاسِ فِي مِحْوَرِ س

٤ بِاسْتِخْدَامِ الشَّبَكَةِ التَّرْبِيعِيَّةِ الْمُتَعَامِدَةِ أَوْجِدْ صُورَةَ النُّقَطِ أ (-٤ ، ٥) ، ب (٢ ، ٤) ، حـ (٥ ، -١) ، ى (س ، ص) بِالِانْعِكَاسِ فِي مِحْوَرِ س

٥ بِاسْتِخْدَامِ الشَّبَكَةِ التَّرْبِيعِيَّةِ الْمُتَعَامِدَةِ أَوْجِدْ صُورَةَ النُّقَطِ هـ (٠ ، ٥) ، ء (٦ ، ٣) ، ز (-٣ ، ١) ، ح (س ، ص) بِالانْعِكَاسِ فِي مِحْوَرِ ص.

٦ أَوْجِدِ النُّقَطِ الَّتِي صُوَرُهَا أ َ (٢ ، -٣) ، ب َ (-١ ، ٢) ، حـ َ (٣ ، ١) بِالانْعِكَاسِ فِي مِحْوَرِ ص ثُمَّ مَثِّلْ جَمِيعَ النُّقَطِ عَلَى الشَّبَكَةِ التَّرْبِيعِيَّةِ.

٧ ارْسُمِ الْمُرَبَّعَ أ ب حـ ء وَصُورَتَهُ بِالانْعِكَاسِ فِي مِحْوَرِ س حَيْثُ أ (٠ ، ٢) ، ب (-٥ ، ٠) ، حـ (-٣ ، -٥) ، ء (٢ ، -٣) ثُمَّ قَارِنْ طُولَ كُلٍّ مِنْهُمَا وَمِسَاحَتَهُ .

٨ ارْسُمْ صُورَةَ الْمُرَبَّعِ أ ب حـ ء عَلَى الشَّبَكَةِ التَّرْبِيعِيَّةِ حَيْثُ أ (٢ ، ٣) ، ب (٢ ، -١) بِالانْعِكَاسِ فِي مِحْوَرِ ص . مَاذَا تُلَاحِظُ؟

٩ ارْسُمْ صُورَةَ الْمُسْتَطِيلِ أ ب حـ ء عَلَى الشَّبَكَةِ التَّرْبِيعِيَّةِ حَيْثُ أ (٢ ، ٢) ء (-٣ ، ٢) وَعَرْضُهُ ٣ وَحَدَات بِالانْعِكَاسِ فِي مِحْوَرِ س. كَمْ حَالَةً يُمْكِنُ رَسْمُهَا؟

١٠ باستخدام الأدوات الهندسية:

ارسم المستطيل أ ب جـ ى الذى فيه أ ب = ٣سم، ب جـ = ٤سم، عين أ َ صورة أ بالانعكاس فى $\overleftrightarrow{\text{جـ ى}}$ ، جـ َ صورة جـ بالانعكاس فى $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، **برهن أن:**

أولًا: ق (∠ جـ َ أ جـ) = ٢ق (∠ جـ أ ب) **ثانيًا:** $\overleftrightarrow{\text{أ جـ َ}}$ // $\overleftrightarrow{\text{أ َ جـ}}$

١١ فى نظام إحداثىٍّ متعامدٍ ذى البعدين، ارسم المثلثَ أ ب جـ الذى فيه:

أ (-٢، ٤)، ب (٥، ٠)، جـ (٣، -٣) **ثم أوجد:**

أولًا: صورة △ أ ب جـ بالانعكاس فى محور السينات.

ثانيًا: صورة △ أ ب جـ بالانعكاس فى نقطة الأصل.

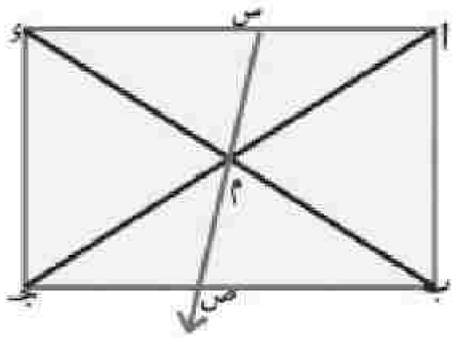
١٢ فى الشَّكل المقابل:

أ ب جـ ى مستطيل، م نقطة تقاطع قطرية ، س∈ $\overline{\text{أ ى}}$ ،

$\overleftarrow{\text{س م}}$ ∩ $\overline{\text{ب جـ}}$ = {ص}

برهن أن: أولًا: ص صورة س بالانعكاس فى م.

ثانيًا: الشكل أ س جـ ص متوازى أضلاع.



١٣ فى الشَّكل المقابل:

أ ب جـ ى متوازى أضلاع تقاطع قطراه فى م،

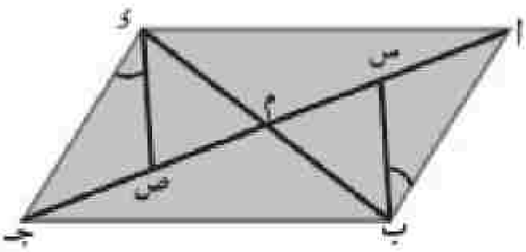
س ∈ $\overline{\text{أ جـ}}$ ، ص ∈ $\overline{\text{أ جـ}}$

بحيث كان ق (∠ أ ب س) = ق (∠ جـ ى ص)

برهن أن:

أولاً: △ أ ب س صورة △ جـ ى ص بالانعكاس فى م.

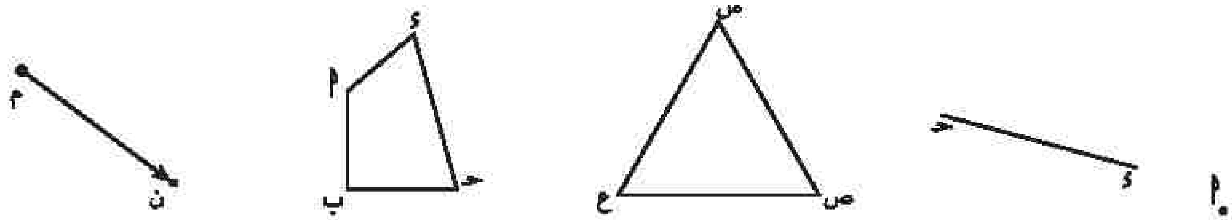
ثانيًا: الشكل س ب ص ى متوازى أضلاع.



الانتقال

تمرين (٣-٨)

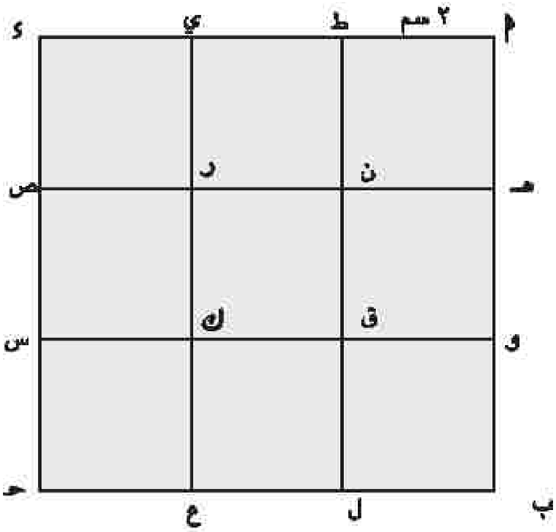
١ أوجد صورة كل مما يأتي بانتقال م ن في اتجاه م ن :



٢ ارسم قطعة مستقيمة أ ب طولها ٥ سم ، ثم ارسم صورتها بانتقال ٨ سم في اتجاه أ ب

٣ ارسم المثلث أ ب حـ الذي فيه أ ب = ٤ سم ، ب حـ = ٦ سم ، حـ أ = ٥ سم ، ثم ارسم صورته بانتقال ٣ سم في اتجاه حـ ب

٤ في الشكل المقابل:



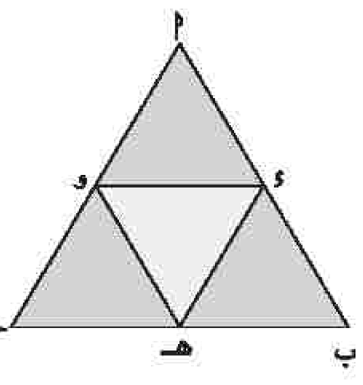
أ ب حـ ء مربع ، جميع المربعات بداخله متطابقة ، أكمل ما يأتي:

[أ] صورة أ هـ بانتقال مسافة ٢ سم في اتجاه ءك هي...

[ب] صورة المربع أ هـ ن ط بانتقال مسافة ٤ سم في اتجاه ءك هي ...

[جـ] المربع ط ن ر ي هو صورة المربع ق ل ع ك بانتقال مسافة ... سم في اتجاه ...

٥ في الشكل المقابل:



المثلثات أ ء و ، ء ب هـ ، ء هـ و ، و هـ حـ متطابقة

أكمل ما يلي:

[أ] صورة Δ أ ء و بانتقال مسافة أ ء في اتجاه أ ء هو ...

[ب] Δ و هـ حـ صورة Δ ء ب هـ بانتقال مسافة ... في اتجاه ...

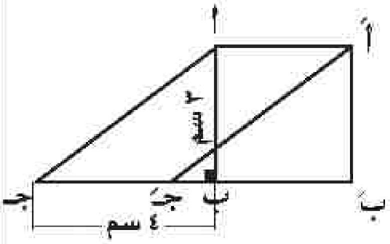
٦ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فى ب، فيه: أ ب = ٣سم، ب جـ = ٤سم.

أوجد

△ أَ بَ جَـ صورة △ أ ب جـ بانتقال مقداره ٣سم فى اتجاه $\overleftarrow{\text{جـ ب}}$

برهن أن:

الشكل أأَ جَـ جـ متوازى أضلاع.

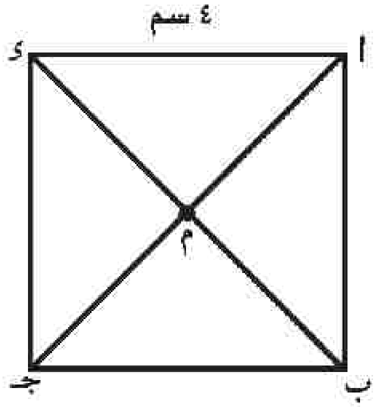


٧ **فى الشكلِ المقابل** أ ب جـ ى مربع طول ضلعه ٤ سم

تقاطع قطراه في م ، **ارسم**

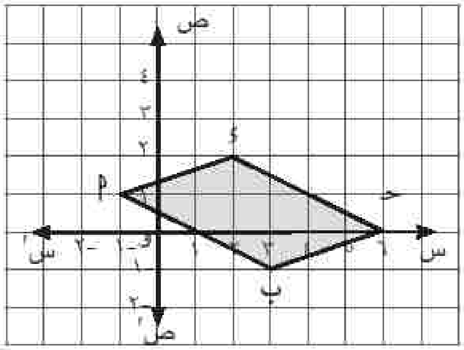
أ صورة △ م أ ب بالانتقال ٢سم فى اتجاه $\overleftarrow{\text{أ ى}}$

ب صورة △ أم ب بالانتقال أم فى اتجاه $\overleftarrow{\text{أ م}}$



الانتقال في المستوي الاحداثي

١ أوْجِدْ صُورَةَ مُتَوَازِي الأَضْلاعِ ٩ ب حـ ء المَرْسُومِ عَلَى الشَّبَكَةِ التَّرْبِيعِيَّةِ بِالانْتِقَالِ التَّالِي:



[أ] (س ، ص) ⟵ (س + ٥ ، ص + ٢)

[ب] (س ، ص) ⟵ (س -٨ ، ص -١)

[جـ] (س ، ص) ⟵ (س + ٢ ، ص -٤)

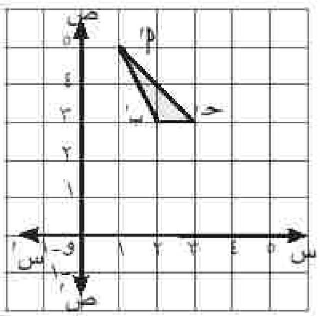
[د] (س ، ص) ⟵ (س -٤ ، ص + ٢)

٢ بِاسْتِخْدَامِ شَبَكَةٍ تَرْبِيعِيَّةٍ أوْجِدْ صُورَةَ كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي بِانْتِقَالِ ل م في اتجاه $\overleftarrow{ل م}$ ، حَيْثُ ل (١ ، ٣) ، م (٤ ، ٥)

[أ] (-٢ ، ٣)　　[ب] (٥ ، ٤)　　[جـ] (٣ ، ٠)

٣ بِتَطْبِيقِ الانْتِقَالِ الَّذِي يُحَوِّلُ النُّقْطَةَ (س ، ص) إِلَى النُّقْطَةِ (س + ٢ ، ص + ٣) أوْجِدِ النُّقْطَةَ الَّتِي صُورَتُهَا (٢ ، ٣)

٤ فِي الشَّكْلِ المُقَابِلِ:



إِذَا كَانَ Δ ٩' ب' حـ' هُوَ صُورَةُ Δ ٩ ب حـ بِانْتِقَالِ: (س ، ص) ⟵ (س + ٢ ، ص + ٣) ، ارسم Δ ٩ ب حـ ثم أوجد إحداثيات رؤوس Δ ٩ ب حـ

٥ إِذَا كَانَتْ صُورَةُ النُّقْطَةِ ٩ (١ ، ١) بِالانْتِقَالِ فِي المُسْتَوِي هِيَ ٩' (٢ ، ٢) أوْجِدْ صُورَةَ النُّقَطِ التَّالِيَةِ بِنَفْسِ الانْتِقَالِ: و (٠ ، ٠) ، ب (-١ ، ٣) ، حـ (-٣ ، ٥)

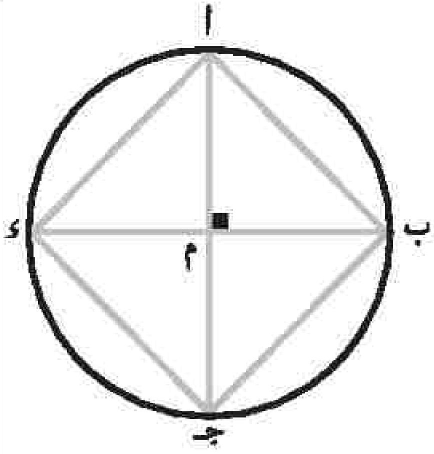
٦ إِذَا كَانَ إِحْدَاثِيَاتُ رُؤُوسِ المُرَبَّعِ ٩ ب حـ ء هِيَ: ٩ (١ ، ١) ، ب (٤ ، ٢) ، حـ (٣ ، ٥) ، ء (٠ ، ٤)

[أ] ارْسُمِ المُرَبَّعَ وَصُورَتَهُ بِانْتِقَالِ ٩ ب في اتجاه $\overleftarrow{٩ ب}$

[ب] اكْتُبْ قَاعِدَةَ الانْتِقَالِ.

٧ النُّقْطَةُ ٩' (٣ ، -٣) هِيَ صُورَةُ النُّقْطَةِ ٩ بِانْتِقَالٍ قَاعِدَتُهُ: (س ، ص) ⟵ (س -١ ، ص -٤) ارْسُمِ النُّقْطَةَ ٩ وَصُورَتَهَا ٩' عَلَى الشَّبَكَةِ التَّرْبِيعِيَّةِ وَبِنَفْسِ الانْتِقَالِ أوْجِدْ صُورَةَ المُثَلَّثِ ٩ ب حـ حَيْثُ ب (٥ ، ٠) ، حـ (-١ ، -٢).

تَمْرِينٌ (٣-١٠) الدَّوَرَانُ



١ في الشكلِ المقابل: م دائرةٌ طولُ نصفِ قطرها ٣سم،

$\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{ب ى}}$ قطران متعامدان فيها، **أكمل**

أ بالدوران د (م ، ٩٠°) تكون:

صورة النقطة أ هى .... ، صورة النقطة ب هى ....

∴ صورة $\overline{\text{أ ب}}$ هى .... ، صورة $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ هى ....

ب بالدوران د (م ، -٩٠°) تكون:

صورة $\overline{\text{أ ب}}$ هى .... ، صورة $\overrightarrow{\text{أ ب}}$ هى .... ، صورة $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ هى ....

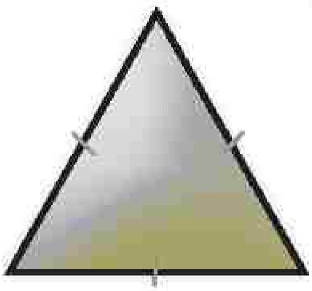
جـ بالدوران د (م ، ١٨٠°) تكون:

صورة النقطة أ هى .... ، صورة النقطة ب هى .... ∴ صورة $\overline{\text{أ ب}}$ هى ....

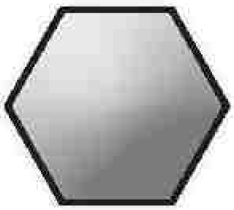
د بالدوران د (م، -١٨٠°) تكون صورة $\overline{\text{أ ب}}$ هى ....

٢ ارسم محاور التماثلِ لكلٍّ من الأشكالِ التالية إن أمكن.

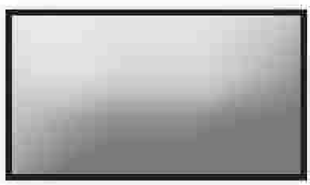
أ



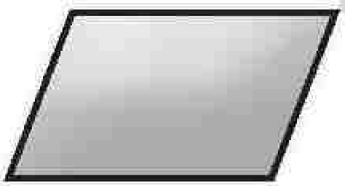
ب



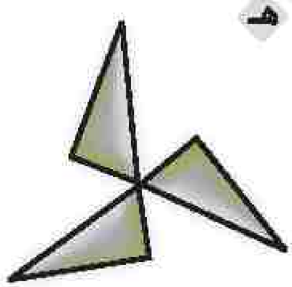
جـ



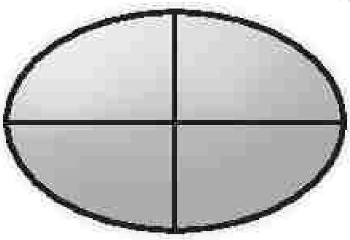
د



هـ



و



٣ ارسم △ أ ب جـ الذى فيه : أ ب = ٥سم ، أ جـ = ٣سم ، ق (∠ أ) = ٤٠° ،

ارسم جـ َ صورة جـ بالدوران د (أ ، ٤٠°) ، ب َ صورة ب بالدوران د (أ، -٤٠°)

٤ أ ب جـ مثلث قائم الزاوية فيه أ ب = ٥سم، ب جـ = ١٢سم **أوجد:**

أ س صورة ب بانتقالِ مسافة ٩سم فى اتجاه $\overleftarrow{\text{ب أ}}$.

ب ص صورة النقطة ب بالدوران د (أ ، -٩٠°)

جـ أوجد طول $\overleftrightarrow{\text{س ص}}$.

٥ ارسم المثلث أ ب جـ المتساوى الأضلاع الذى طول ضلعه ٦سم.

ارسم صورة المثلث أ ب جـ بدوران د (أ، ٦٠°).

٦ ارسم المربع أ ب جـ ى الذى طول ضلعه ٥سم.

ارسم صورة المربع أ ب جـ ى:

أولاً: بدوران د (ب، ٩٠°).

ثانيًا: بدوران د (أ، ١٨٠°).

٧ ارسم المثلث أ ب جـ الذى فيه أ ب = ٥سم، ب جـ = ٦سم، أ جـ = ٧سم.

ارسم صورة المثلث أ ب جـ:

أولاً: بدوران د (أ، ١٨٠°).

ثانيًا: بدوران د (أ، ٣٦٠°).

٨ ارسم المستطيل أ ب جـ ى الذى فيه ب جـ = ٦سم ، أ ب = ٤سم.

ارسم صورة المستطيل أ ب جـ ى:

أولاً: بدوران د (أ، ٩٠°).

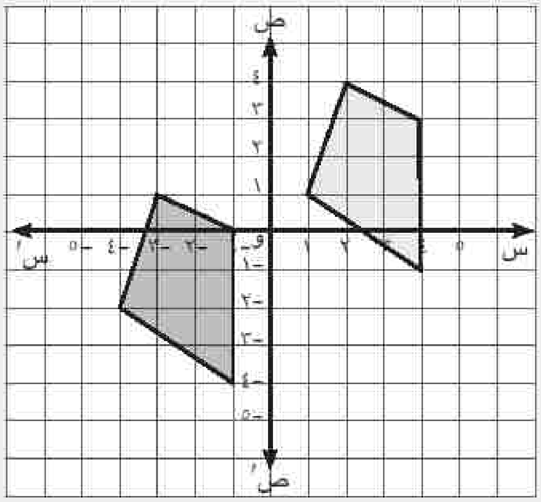
ثانيًا: بدوران د (م،١٨٠°)، حيث م نقطة تقاطع قطريه.

نشاط على التحويلات الهندسية:

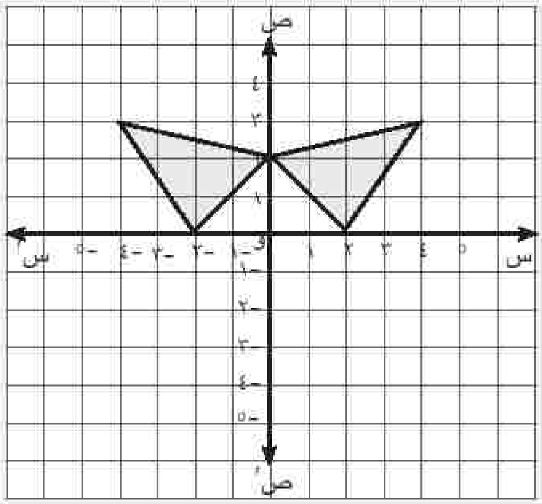
١ بَيِّنْ نَوْعَ التَّحْوِيلاَتِ الهَنْدَسِيَّةِ الآتِيَةِ (انْعِكَاسٌ أَوْ انْتِقَالٌ)

[أ] أَوْجِدْ محور الِانْعِكَاسِ

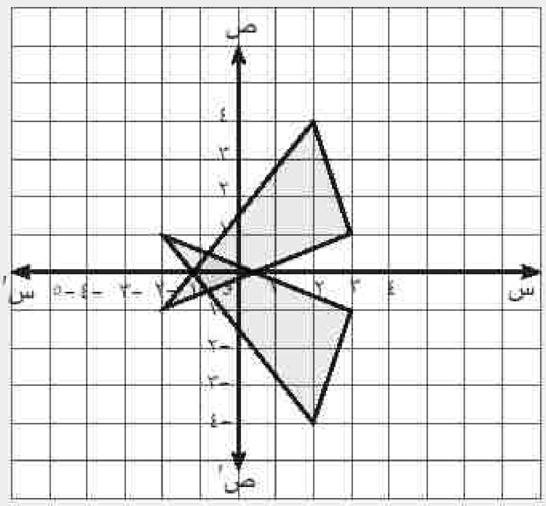
[ب] صِفْ الِانْتِقَالَ



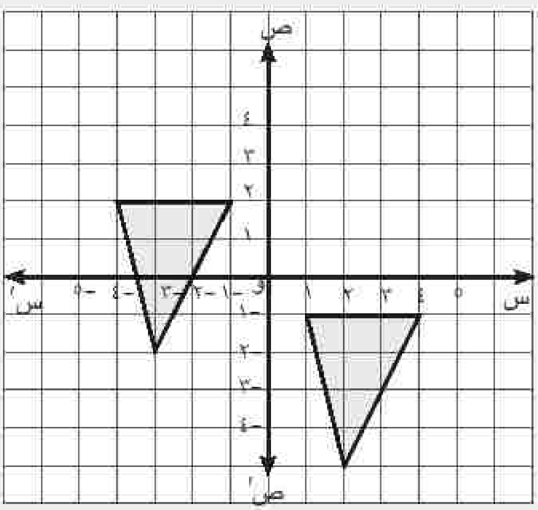
شكل (١)



شكل (٣)



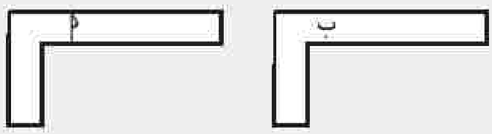
شكل (٢)



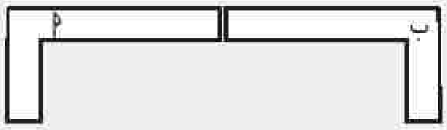
شكل (٤)

٢ الشَّكْلُ الأَحْمَرُ هُوَ صُورَةُ الشَّكْلِ الأَزْرَق بِتَحْوِيلَةٍ هَنْدَسِيَّةٍ ، بَيِّنْ نَوْعهَا:

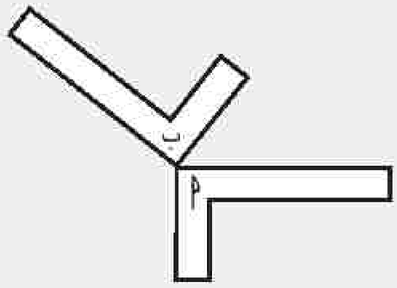
(انْتِقَالاً أَوِ انْعِكَاسًا أَوْ دَوَرَانًا)



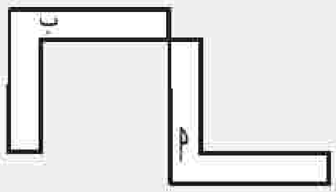
شكل (١)



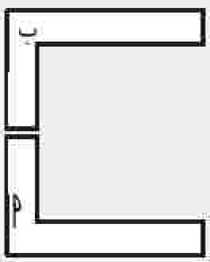
شكل (٢)



شكل (٣)



شكل (٤)



شكل (٥)

٣ ارْسُمِ الْمُسْتَطِيلَ أ ب حـ ء عَلَى الْمُسْتَوَى الإِحْدَاثِيِّ حَيْثُ أ (٠ ، ٠) . ب (٠ ، ٢) ، حـ (٤ ، ٢) ، ء (٤ ، ٠)

[أ] ارْسُمْ ٣ صُوَرٍ لِلْمُسْتَطِيلِ بِالدَّوَرَانِ حَوْلَ نُقْطَةِ الأَصْلِ بِزَاوِيَةٍ قِيَاسُهَا:

١) ٩٠°   ٢) ١٨٠°   ٣) ٢٧٠°

[ب] أَوْجِدْ إِحْدَاثِيَّ مَرْكَزِ الْمُسْتَطِيلِ.

[جـ] ارْسُمْ ٣ صُوَرٍ لِلْمُسْتَطِيلِ بِالدَّوَرَانِ حَوْلَ مَرْكَزِ الْمُسْتَطِيلِ بِزَاوِيَةٍ قِيَاسُهَا:

١) ٩٠°   ٢) ١٨٠°   ٣) ٢٧٠°

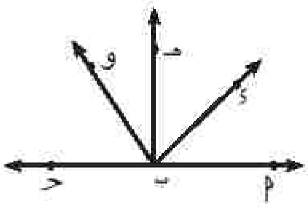
١ ضَعْ عَلَامَةَ (√) أَمَامَ الْعِبَارَةِ الصَّحِيحَةِ وَعَلَامَةَ (×) أَمَامَ الْعِبَارَةِ غَيْرِ الصَّحِيحَةِ:

[أ] صُورَةُ النُّقْطَةِ (٣ ، ٤) بِانْعِكَاسٍ فِي مِحْوَرِ س هِيَ (٣ ، -٤). ( )

[ب] النُّقْطَةُ الَّتِي صُورَتُهَا (ص ، -س) بِدَوَرَانٍ حَوْلَ نُقْطَةِ الأَصْلِ بِزَاوِيَةٍ قِيَاسُهَا ٩٠°
هِيَ (س ، ص). ( )

[جـ] صُورَةُ النُّقْطَةِ (٥ ، -٣) بِانْتِقَالِ (س + ٢ ، ص + ٤) هِيَ (٧ ، ١) ( )

[د] فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:



١) إِذَا كَانَتْ ق∠ هـ ب حـ قَائِمَةً فَإِنَّ ب هـ ⊥ أ حـ ( )

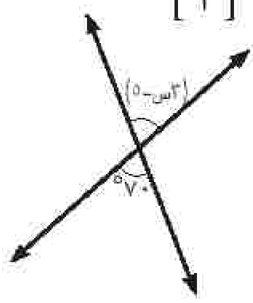
٢) إِذَا كَانَتْ ق ∠ أ ب هـ قَائِمَةً فَإِنَّ ق (∠ أ ب هـ) = ٩٠° ( )

٣) إِذَا كَانَ ب هـ ⊥ أ حـ فَإِنَّ ∠ أ ب ء ، ∠ ء ب هـ مُتَتَامَّتَانِ. ( )

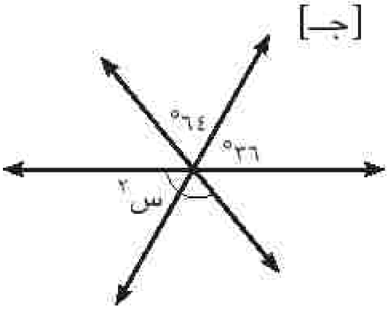
٤) إِذَا كَانَتْ ∠ أ ب هـ ≡ ∠ حـ ب هـ فَإِنَّ ب هـ ⊥ أ حـ ( )

٢ احْسِبْ قِيَاسَ الزَّاوِيَةِ المَجْهُولَةِ فِي كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي:

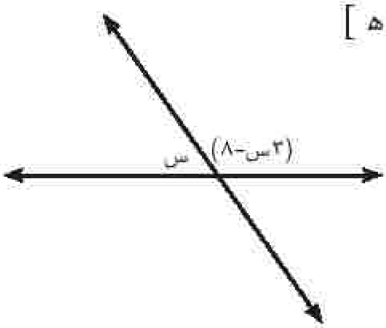
[أ]



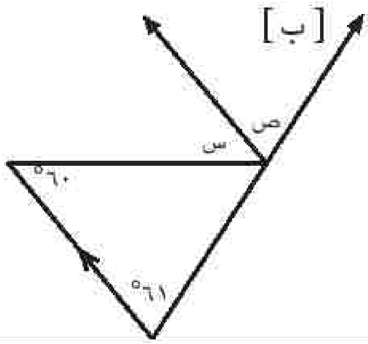
[جـ]



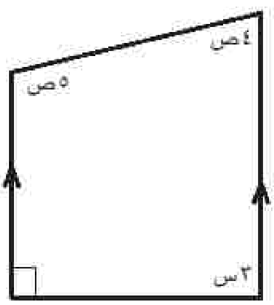
[هـ]



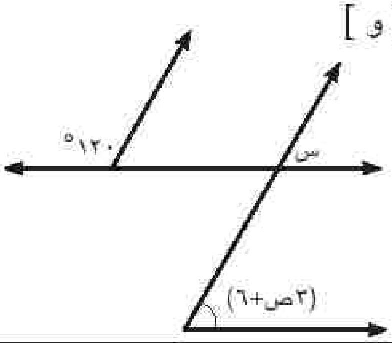
[ب]



[د]

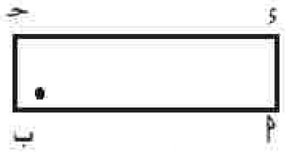


[و]

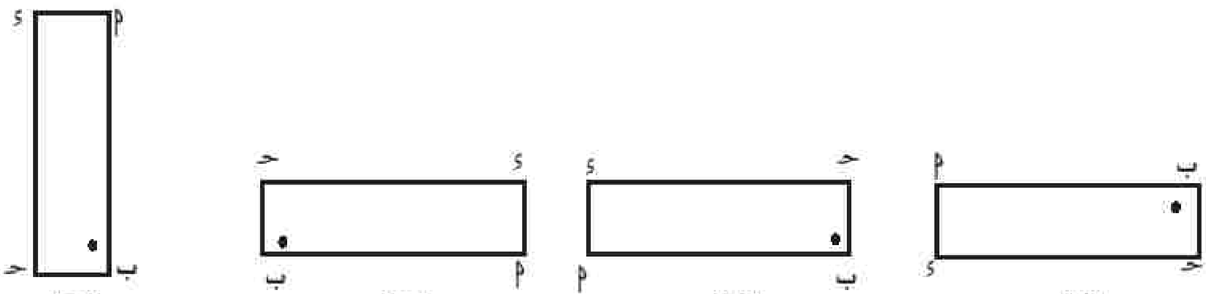


٣ [أ] إذَا كَانَتْ صُورَةُ النُّقْطَةِ ٩ بِانْعِكَاسٍ فِي مِحْوَرِ س هِـي (٢ ، ١)، أَوْجِدِ النُّقْطَةَ ٩ ، ثُمَّ أَوْجِدْ صُورَتَهَا بِانْعِكَاسٍ فِي مِحْوَرِ ص

[ب] ارْسُـمِ الْمُثَلَّثَ س ص ع الَّذِي فِيهِ س ص = س ع = ٣ سم، ص ع = ٤ سم ، أَوْجِدْ صُورَةَ الْمُثَلَّثِ س ص ع بِدَوَرَانٍ حَوْلَ الرَّأْسِ س بِزَاوِيَةٍ قِيَاسُهَا (-٩٠°)



٤ فِي الأَسْئِلَةِ التَّالِيَةِ يُرْجَعُ إِلَى الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:



[١] [٢] [٣] [٤]

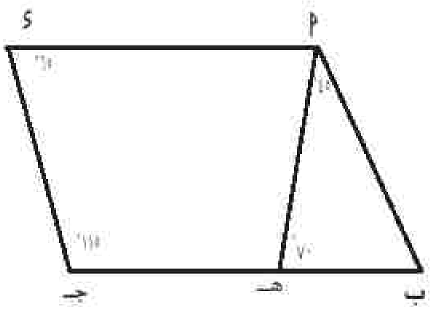
[أ] صُورَةُ الشَّكْلِ بِالانْعِكَاسِ فِي ٩ ء هي [١ ، ٢ ، ٣ ، ٤]

[ب] صُورَةُ الشَّكْلِ بِالدَّوَرَانِ حَوْلَ ٩ بِزَاوِيَةٍ قِيَاسُهَا ٩٠° هي [١ ، ٢ ، ٣ ، ٤]

[جـ] صُورَةُ الشَّكْلِ بِالانْتِقَالِ لِلْيَمِيْنِ هِيَ [١ ، ٢ ، ٣ ، ٤]

[د] صُورَةُ الشَّكْلِ بِالدَّوَرَانِ بِزَاوِيَةٍ قِيَاسُهَا ١٨٠° حَوْلَ ٩ هِيَ [١ ، ٢ ، ٣ ، ٤]

٥ فى الشكل المقابل :



هـ ∈ ب حـ ، ق(∠ ب ٩ هـ) = ٤٥° ،

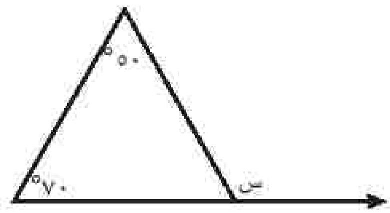
ق(∠ ٩ هـ ب) = ٧٠° ، ق(∠ ء) = ٦٥°

ق(∠ حـ) = ١١٥°

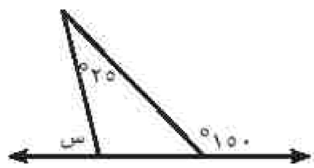
برهن أن الشكل ٩ ب حـ ء متوازى الأضلاع .

٦ [أ] احْسِبْ قِيَاسَ الزَّاوِيَةِ الْمَجْهُولَةِ فِي كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي:

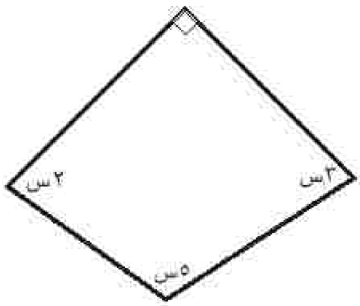
(١)



(٢)



(٣)



[ب] النِّسْبَةُ بِيْنَ قِيَاسَاتِ زَوَايَا الشَّكْلِ الرُّبَاعِيِّ هِيَ ٢ : ٣ : ٣ : ٤ أَوْجِدْ قِيَاسَ أَصْغَرِ زَاوِيَةٍ.

[جـ] عَدَدُ أَضْلَاعِ مُضَلَّعٍ ١٥ ضِلْعًا:

١) أَوْجِدْ مَجْمُوعَ قِيَاسَاتِ زَوَايَاهُ الدَّاخِلَةِ.

٢) إِذَا كَانَ مَجْمُوعُ قِيَاسَاتِ خَمْسَةٍ مِنْ زَوَايَاهُ الْخَارِجَةِ يُسَاوِي ٢٠٠° ، أَوْجِدْ مَجْمُوعَ قِيَاسَاتِ الزَّوَايَا الْعَشْرَةِ الدَّاخِلَةِ غَيْرِ الْمُجَاوِرَةِ لِلزَّوَايَا الْخَمْسَةِ الْخَارِجَةِ.

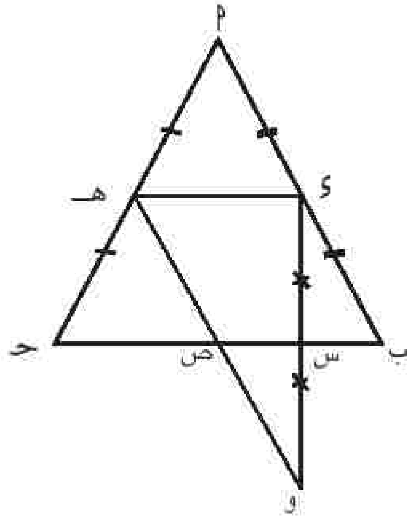
٧ فى الشكل المقابل :

د منتصف أب ، هـ منتصف أجـ ،

دو ∩ بجـ = { س } ، د س = س و ،

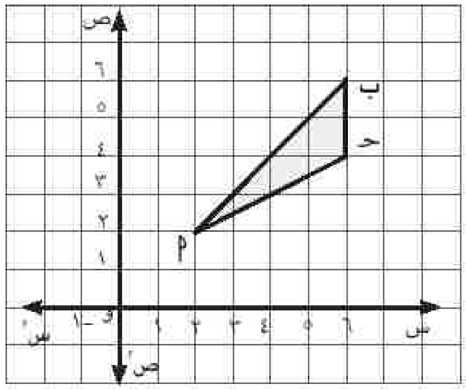
بجـ = ١٢ سم

أوجد طول س ص



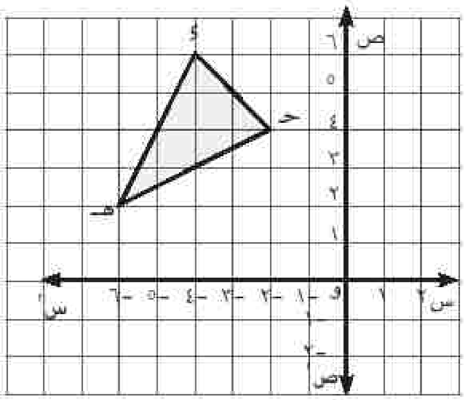
٨ انْقُلْ كُلَّ شَكْلٍ مِمَّا يَأْتِي عَلَى وَرَقٍ مُرَبَّعَاتٍ، ارْسُمْ صُوَرَ الْأَشْكَالِ بِتَحْوِيلٍ هَنْدَسِيٍّ كَمَا هُوَ مُوَضَّحٌ أَسْفَلَ كُلِّ شَكْلٍ ثُمَّ اكْتُبْ إِحْدَاثِيَّ كُلِّ رَأْسٍ مِنْ رُؤُوسِ الشَّكْلِ:

[أ]



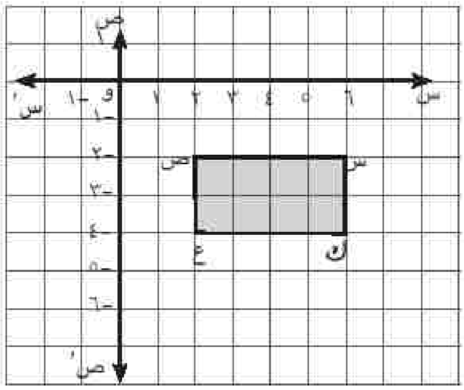
انْعِكَاسٌ فِي مِحْوَرِ س

[هـ]



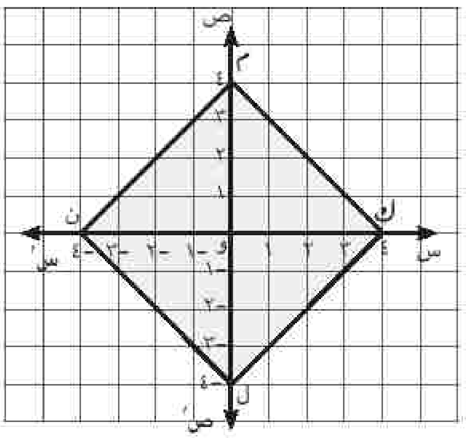
دَوَرَانٌ ٩٠° مَعَ حَرَكَةِ عَقَارِبِ السَّاعَةِ حَوْلَ «و»

[ب]



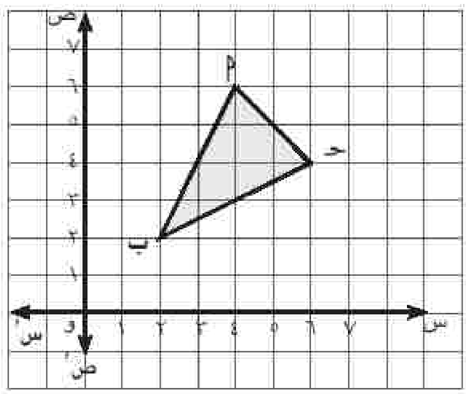
انْعِكَاسٌ فِي ص ع

[د]



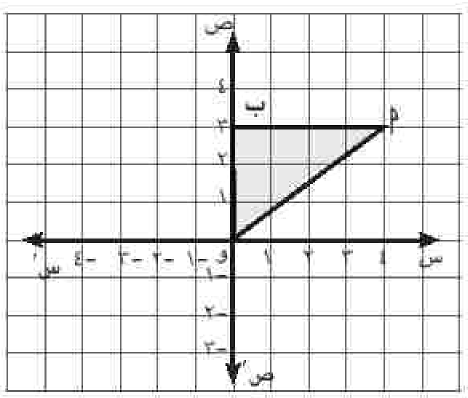
دَوَرَانٌ ٩٠° عَكْسَ حَرَكَةِ عَقَارِبِ السَّاعَةِ حَوْلَ «و»

[جـ]



انْتِقَالٌ: (س ، ص) ← (س + ٢ ، ص + ٣)

[و]



انْتِقَالٌ م و في اتجاه م و

نماذج امتحانات الجبـــــر

النموذج الأول

١ أكمل ما يأتى :

(١) $\frac{٨١}{٦٢٥} = \left(\frac{٢٥}{٩}\right)^{\cdots\cdots}$

(٢) إذا كان : ٧ – ٢س = ٣ فإن س = ... حيث س ∈ ن

(٣) ٣ ^{١} + ٤ ^{١} = ...

(٤) الصورة القياسية للعدد ٠,٧ × ٠,٠٠٥ = ...

(٥) احتمال الحدث المؤكد = ...

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مجموع الاحتمالات لكل النواتج الممكنة لتجربة عشوائية يكون :

(أ) = صفر (ب) = ١ (جـ) > ١ (د) < ١

(٢) إذا كان ٣ أ = $\sqrt{٤}$ ب ، فإن $\frac{أ}{ب}$ يساوى :

(أ) ٢ : ٣ (ب) ٣ : ٢ (جـ) ٣ : ٤ (د) ٤ : ٣

(٣) $\left(\frac{-٢}{٣}\right)^{-٣}$ تساوى : (أ) $\frac{-٢٧}{٨}$ (ب) $\frac{-٨}{٢٧}$ (جـ) $\frac{٨}{٢٧}$ (د) $\frac{٢٧}{٨}$

(٤) فصل دراسى به ٢١ ولدًا ، ١٥ بنتًا فإذا اختير أحد التلاميذ عشوائيًا فإن احتمال أن يكون بنتًا يساوى :

(أ) $\frac{٥}{١٢}$ (ب) $\frac{٧}{١٢}$ (جـ) $\frac{٤}{٧}$ (د) $\frac{٥}{٦}$

(٥) $(-٨)^{٢} + (-٦)^{٢}$ يساوي :

(أ) $|-١٠|$ (ب) ± ١٠ (جـ) ١٤ (د) -١٤

(٦) ١٠ ٪ من $\frac{١}{٢}$ ٢ جنيها = ... جنيه

(أ) $\frac{١}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٢}$ (جـ) ١٤ (د) ٢٥

٣ (أ) اختصر لأبسط صورة : $\left(\frac{-٣}{٧}\right)^{صفر} \times \left(\frac{-٢}{٥}\right)^{٢} \times \sqrt{٦\frac{١}{٤}}$

(ب) أوجد قيمة ن فيمايلى: ٠,٠٠٠٢٥ = ٢,٥ × ١٠ ^{ن}

٤ (أ) أوجد مجموعة الحل فى ط :

٣س + ١ = ٢٥

(ب) احسب قيمة المقدار: $\frac{٨ \times ٨^{-٣}}{٨^{-٤}}$

٥ (أ) سجل أحد مصانع الإطارات المسافات التى يقطعها نوع معين منها قبل تلفها لعدد ٨٠٠ إطار من هذا النوع فكان بيانها كالآتى :

المسافة بالألف كيلومتر	أقل من ٥٠	٥٠ إلى ١٠٠	أكثر من ١٠٠ وحتى ١٥٠	أكثر من ١٥٠
عدد الإطارات التالفة	٨٠	١٢٠	٢٨٠	٣٢٠

إذا اشتريت إطارًا من هذا النوع فما احتمال تغييره :

أولًا : قبل أن يقطع ٥٠ ألف كيلومتر .

ثانياً : بعد أن يقطع أكثر من ١٠٠ ألف كيلومتر .

(ب) أوجد مجموعة الحل فى ط : ٢س + ٥ < ١٦

النموذج الثانى

١ أكمل ما يأتى :

(١) $\left(\frac{-٢}{٣}\right)^{\text{صفر}}$ = ... (٢) $\sqrt{\frac{١٦}{٤٩}}$ = ...

(٣) احتمال الحدث المستحيل = ...

(٤) أكمل بنفس التسلسل : ١ ، ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٨ ، ... ، ... ، ...

(٥) إذا كان احتمال غياب تلاميذ أحد المدارس فى أحد الأيام هو ٠,١٥ ، فإذا كان عدد تلاميذ المدرسة ٦٠٠ تلميذ ، فإن عدد التلاميذ الحاضرين فى هذا اليوم يساوى ....

٢ اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) $٢^{٣} + ٢^{٣}$ = ...

($٢^{٦}$ ، $٢^{٩}$ ، $٢^{٤}$ ، ١)

(٢) أى من الآتى هو الأكبر :

(أ) $٢,٣ \times ١٠^{٤}$ (ب) $٢,٣ \times ١٠^{٥}$ (جـ) $٣,٢ \times ١٠^{٤}$ (د) $٣,٢ \times ١٠^{٥}$

(٣) $(س^{٢})^{-٣} \times س^{٦}$ = ...

(أ) $س^{١٢}$ (ب) $س^{-١٢}$ (ج) س (د) ١

(٤) أى مما يأتى يمكن أن يكون احتمالاً لحدث ما :

(أ) - ٠٫٣٥ (ب) ٨٧ ٪ (ج) ١٫٠٥ (د) ١٢٠ ٪

(٥) إذا كان : -س > ٤ فإن :

(أ) س > -٤ (ب) س > ٤ (ج) س > -٤ (د) س > ٤

(٦) مستطيل طوله ١٢٠ سم وعرضه ٨٠ سم فإن مساحته = ...$م^{٢}$

(أ) ٩٦٠٠ (ب) ٤٠٠ (ج) ٩٫٦ (د) ٠٫٩٦

٣ (أ) عددان صحيحان أصغرهما ٢س وأكبرهما ٥س ، فإذا كان الفرق بينهما ٣٠ . أوجد العددين .

(ب) ضع في أبسط صورة قيمة المقدار : $\frac{٥^{-٤} \times ٥^{٧}}{٥^{٣}}$

٤ (أ) أوجد مجموعة الحل فى ط لكل من :

أولا : (٣س + ٢) + ٥ = ١٣ ثانيا : ٢س + ١٥ < ١٩

(ب) أوجد قيمة ما يأتى فى أبسط صورة : $\left(\frac{-١}{٣}\right)^{٢} + \sqrt{\frac{٦٤}{٨١}} - \left(\frac{٣}{٧}\right)^{صفر}$

٥ (أ) ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة ولوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوى ، فما احتمال الحصول على .

أولا : عدد أولى زوجى ثانيا : عدد فردى أقل من ٤

(ب) إذا كانت س = $-\frac{١}{٢}$ ، ص = $-\frac{٣}{٤}$

فأوجد فى أبسط صورة القيمة العددية للمقدار $\left(\frac{ص}{س}\right)^{-٢}$

نموذج امتحان للطلاب المدمجين

السؤال الأول:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(أ) $\left(\frac{-٢}{٣}\right)^{٢}$ = ... [$\frac{٤}{٩}$ ، $-\frac{٤}{٩}$ ، $\frac{٤}{٦}$ ، $-\frac{٤}{٦}$]

(ب) $\left(\frac{٤}{٧}\right)^{صفر}$ = ... [صفر ، ١ ، $\frac{٤}{٧}$ ، −١]

(جـ) ٢ × ٦ − ٤ × ٢ = ... [٤ ، ٨ ، ١٠ ، ٢]

(د) $(٧)^{٢}$ = ... [٤٩ ، $\frac{١}{٤٩}$ ، ١٤ ، −١٤]

(هـ) $\sqrt{٩+١٦}$ = ... [٧ ، ٥ ، ٢٥ ، −٧]

السؤال الثاني

أكمل العبارات التالية لتصبح صحيحة

(أ) إذا كانت س + ٢ = ٦ فإن س = ...

(ب) عند إلقاء قطعة نقود مرة واحدة فإن احتمال ظهور كتابة =

(جـ) احتمال الحدث المستحيل = ...

(د) $\sqrt{\left(\frac{٢}{٥}\right)^{٢}}$ = ...

(هـ) $٧(٦)^{٢}$ − ٥×٦) = ...

السؤال الثالث أكمل الحل لإيجاد الناتج

(أ) ١٢ × $٢^{٢}$ ÷ ٢٤ + $٣^{٢}$

= ١٢ × .... ÷ ٢٤ + ...

= .... ÷ ٢٤ + ...

= .... + ... = ...

(ب) $\frac{٨ + ٢٠ - ٤}{٨ - ٤}$

= $\frac{........ - ٤}{..........}$ = $\frac{.......}{.......}$

= ....

السؤال الرابع

ضع علامة (✓) أو (X) أمام العبارات الآتية

(أ) ٢س + ٣ = ٧ فإن س = ٢ ( )

(ب) $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{٢} \times \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٥} = \left(\frac{٢}{٣}\right)^{٦}$ ( )

(جـ) $(س^{٢})^{٣} = س^{٦}$ ( )

(د) $\left(\frac{٣}{٢}\right)^{٢} = -\frac{٩}{٤}$ ( )

(هـ) $\sqrt{١٠٠ - ٦٤}$ = ٢ ( )

السؤال الخامس

إذا سحبت بطاقة عشوائية من ٨ بطاقات مرقمة من ١ إلى ٨

صل من العمود أ بما يناسبه من العمود ب

(أ)	(ب)
١- حدث الحصول على عدد زوجي=	$\frac{١}{٢}$
٢ -احتمال الحصول على عدد زوجي	{ ٨ ، ٦ ، ٤ ، ٢ }
٣- حدث الحصول على عدد أكبر من٦	١
٤- احتمال الحصول على عدد أقل من ٩	$\frac{١}{٨}$
٥- احتمال الحصول على العدد ٨	{ ٨ ، ٧ }

نماذج امتحانات الهندسة

النموذج الأول

أجب عن الأسئلة الآتية :

[١] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) محيط الدائرة التى طول نصف قطرها ٧ سم = ... سم ($\pi \simeq \frac{٢٢}{٧}$)

(أ) ١١ (ب) ٢٢ (حـ) ٤٤ (ء) ٨٨

(٢) صورة النقطة (- ١ ، ٣) بالانتقال (٤ ، - ٢) هى :

(أ) (٣ ، ١) (ب) (٣ ، - ١) (حـ) (٥ ، ١) (ء) (٥ ، - ٥)

(٣) قياس الزاوية الخارجة عن المثلث المتساوى الأضلاع تساوى :

(أ) ٣٠° (ب) ٤٥° (حـ) ٦٠° (ء) ١٢٠°

(٤) إذا تساوى طولاً ضلعان متجاوران فى متوازى أضلاع كان الشكل :

(أ) مربع (ب) معين (حـ) مستطيل (ء) شبه منحرف

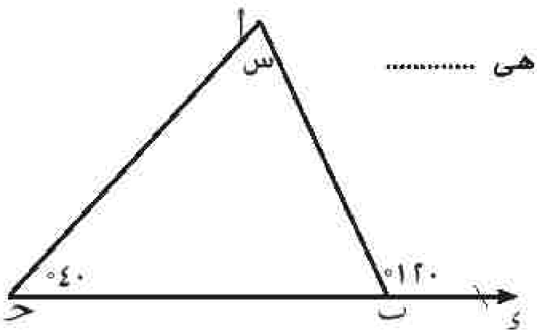
(٥) عدد أقطار الشكل الخماسى تساوى :

(أ) ٣ (ب) ٥ (حـ) ٧ (ء) ٩

(٦) عدد مجاور تماثل المثلث المتساوى الساقين = ...

(أ) صفر (ب) ١ (حـ) ٢ (ء) ٣

[٢] أكمل ما يأتى :



(١) صورة النقطة (٢ ، ١) بالانعكاس فى محور السينات هى ....

(٢) الشكل المقابل:

س= ....°

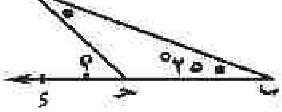
(٣) س ص ع مثلث قائم فى ص، س ص =٣ سم

س ع =٥ سم فإن ص ع = ... سم

(٤) أ ب حـ ء متوازى أضلاع فيه ق (∠ أ) = ١٠٠° فإن

ق (∠ ب) + ق(∠ ء) =...............°

(٥) مجموع قياسات زوايا المثلث الداخلة = ... °



[٣] (أ) فى الشكل المقابل :

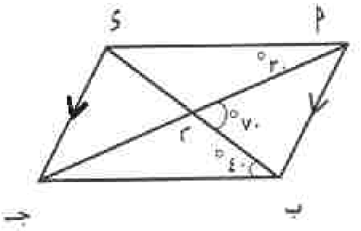
ق(∠أ) = ق(∠ب) = ٢٥° .

أوجد ق(∠أ حـ ء) .

(ب) ارسم △ أب جـ الذى فيه: اب =٥ سم .اجـ =٣ سم ق (∠أ)=٤٠°

ارسم جـ صورة جـ بالدوران د (أ،٤٠ °) ب صورة ب بالدوران د (أ،-٤٠ °)

[٤] (أ) فى الشكل المقابل :



$\overline{أب} // \overline{دجـ}$ ، $\overline{أجـ} \cap \overline{بد} = \{م\}$ ،

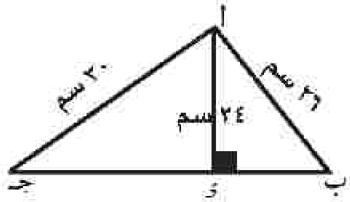
ق(∠ د أ جـ) = ٣٠° ، ق (∠ د ب جـ) = ٤٠° ، ق (∠ أ م ب) = ٧٠°

برهن أن الشكل أ ب جـ د متوازى الإضلاع

(ب) بتطبيق الانتقال الذى يحول النقطة (س،ص) إلى النقطة (س + ٢ ،ص + ٣)

أوجد النقطة التى صورتها (٢،٣)

[٥] (أ) فى الشكل المقابل : $\overline{أد} \perp \overline{بجـ}$



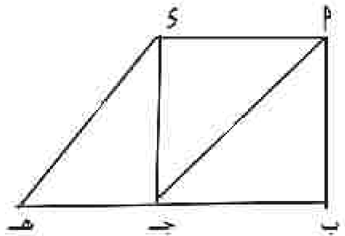
فإذا كان أد = ٢٤ سم ، أب = ٢٦ سم ، أجـ = ٣٠ سم

أوجد طول $\overline{بجـ}$ وأوجد مساحة المثلث أ ب جـ

(ب) اب جـ د مربع ، هـ ∈ $\overrightarrow{بجـ}$ ،

$\overline{أجـ} // \overline{دهـ}$.

أثبت أن : أجـ هـ د متوازي أضلاع .



النموذج الثانى

أجب عن الأسئلة الآتية :

[١] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) مثلث ابجـ قائم الزاوية فى ب فيه اب=٦ سم ، ب جـ = ٨ سم

فإن اجـ = ... سم

(أ) ١٠ (ب) ٢٨ (جـ) ١٠٠ (د) ١٦٠

(٢) قياس زاوية السداسى المنتظم تساوى :

(أ) ٦٠° (ب) ١٠٨° (جـ) ١٢٠° (د) ١٣٥°

(٣) القطران متساويان فى الطول وغير متعامدين فى :

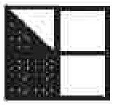
(أ) متوازى الأضلاع (ب) المستطيل (جـ) المعين (د) المربع

(٤) فى جميع الأشكال الآتية ق(∠س) = ٦٠° ما عدا الشكل :



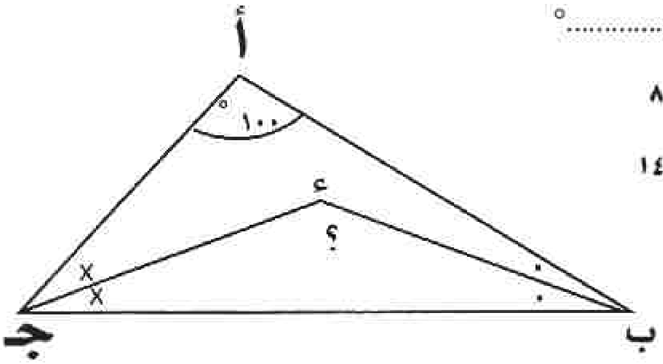
(أ) (ب) (جـ) (د)

(٥) فى الشكل المقابل : مساحة الجزء المظلل من مساحة الشكل تساوى



(أ) $\frac{١}{٨}$ (ب) $\frac{١}{٤}$ (جـ) $\frac{٣}{٨}$ (د) $\frac{٣}{٤}$

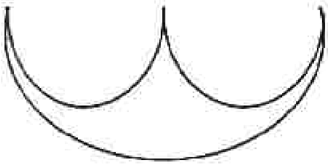
(٦) الشكل المقابل ق (∠ ب ء جـ) = ...°



(أ) ٦٠ (ب) ٨٠

(جـ) ١٠٠ (د) ١٤٠

[٢] أكمـــل ما يأتى :



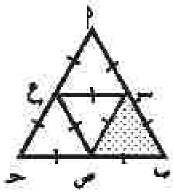
(١) فى الشكل المقابل نصف دائرة قطرها ١٤ سم ونصفى دائرتين قطر كل منهما ٧ سم فإن محيطه = ...سم

(٢) صورة النقطة (٢ ، ٣) بالانتقال مسافة م ن فى اتجاه م ن حيث م (٢ ، - ١) ، ن (٥ ، ١) هى النقطة ....

(٣) مكعب طول حرفه ١,٢ متر فإن حجمه = ...سم^{٣}

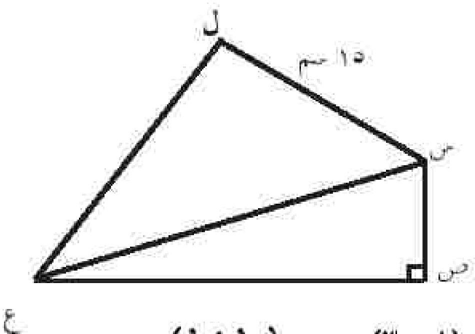
(٤) الشعاع المرسوم من منتصف ضلع فى مثلث موازٍ أحد الضلعين الآخرين فإنه ....

(٥) فى الشكل المقابل :



صورة المثلث س ب ص بانتقال س ع فى اتجاه $\overleftarrow{سع}$ هى المثلث ....

[٣] (أ) فى الشكل المقابل



س ص ع ل شكل رباعى فيه

ق (∠ ص) = ق (∠ ل) = ٩٠

س ص = ٧ سم ، ص ع = ٢٤ سم س ل = ١٥ سم

أوجد طول كلا من $\overline{سع}$ ، $\overline{لع}$

(ب) على الشبكة التربيعية المتعامدة ارسم أ ب حيث أ (٤ ، ٣) ، ب (-١ ، ١)

ثم ارسم صورتها بالانتقال (س ، ص) ← (س + ٢ ، ص - ١) .

[٤] (أ) ارسم صورة المثلث أ ب حـ حيث أ (١ ، ١) ، ب (٣ ، ٤) ، حـ (٥ ، ٢)

بالانعكاس فى محور السينات .

(ب) فى الشكل المقابل :

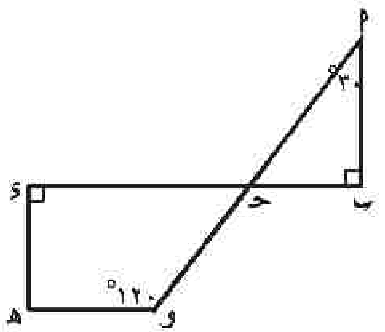
أ ب ، هـ ء عموديان على ب ء

ب ء ∩ أ و = {حـ} ،

ق(∠أ) = ٣٠° ،

ق(∠هـ و حـ) = ١٢٠° .

أوجد ق(∠هـ) .



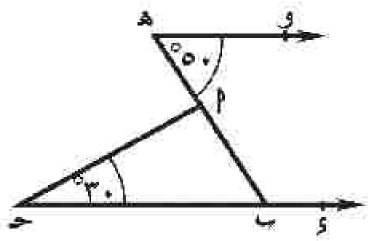
[٥] :(أ) فى الشكل المقابل

هـ و // حـ ء ،

ق(∠هـ) = ٥٠° ، ق(∠حـ) = ٣٠°

أوجد قياسات زوايا المثلث أ ب حـ ،

ق(∠أ ب ء)



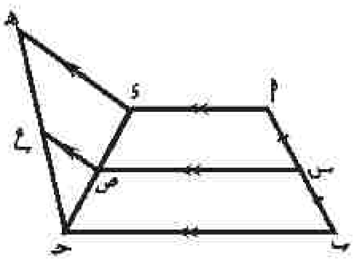
(ب) فى الشكل المقابل :

س منتصف أ ب ، ص ∈ حـ ء ،

ع ∈ حـ هـ ، أ ء // س ص // ب حـ ،

ص ع // ء هـ .

أثبت أن : حـ ع = ع هـ ؟



نموذج اختبار هندسة للطلاب المدمجين

أجب عن الأسئلة الآتية

١) اختر الإجابة الصحيحة من بين الأقواس

(١)- مجموع قياسات الزوايا الداخلة للمثلث= .... ° (٩٠، ٣٦٠، ١٨٠، ٥٤٠)

(٢)- صورة النقطة (٣، −٢) بالانعكاس فى محور الصادات هى النقطة ....

(٣ ، ٢) ، (−٣ ، −٢) ، (− ٣ ، ٢) ، (−٢ ، ٣)

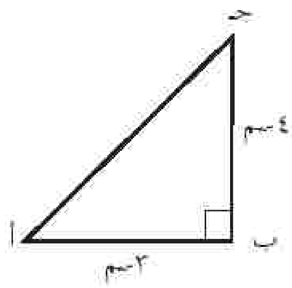
(٣)- القطران متساويان فى الطول ومتعامدان فى ...

(المعين - المربع - المستطيل - متوازى الأضلاع)

(٤)- فى الشكل المقابل:

أجـ = ... سم

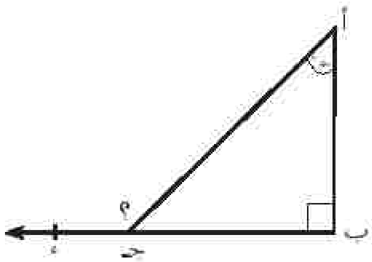
(٥ ، ٧ ، ٢٥ ، ٦٢٥)



٥- فى الشكل المقابل :

ق ∠ (أجـ د) = ... °

(٤٠° ، ١٤٠° ، ٩٠° ، ٥٠°)



٢) أكمل كل مما يلي

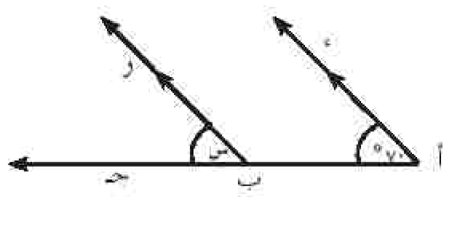
(١)- طول القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفى ضلعين فى مثلث = ... طولع الضلع الثالث

(٢)- المستطيل هو متوازى أضلاع إحدى زواياه ....

(٣)- معين محيطه ٢٤سم فإن طول ضلعه = ... سم

(٤)- صورة النقطة أ (−٣ ، ٢) بالانعكاس فى النقطة الأصل هى النقطة (......، ....)

(٥)- فى الشكل المقابل س = ... °



٣) ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (X) أمام الخطأ

(١)- صورة النقطة (٣،٤) بالانعكاس فى محور السينات هى النقطة (٣، -٤) ( )

(٢)- إذا كان أ ب جـ مثلث قائم فى ب فإن $(أب)^2 = (ب جـ)^2 + (أ جـ)^2$ ( )

(٣)- الشكل الخماسى له خمسة أقطار ( )

(٤)- أ ب جـ د متوازى أضلاع إذا كان ق (∠ أ)= ٧٠ فإن ق (∠ جـ) = ١١٠° ( )

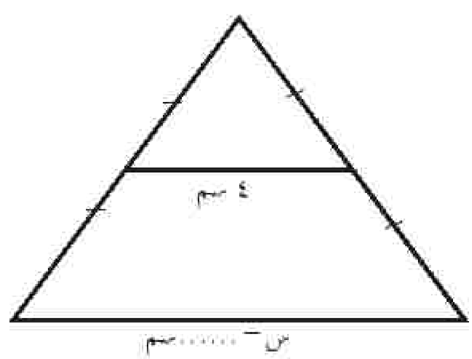
(٥)- يحوى المثلث على زاويتين حادتين على الأقل ( )

٤) صل من العمود أ بما يناسبه من العمود ب

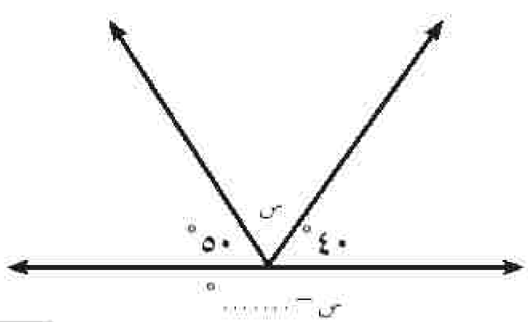
(أ)	(ب)
١)- مجموعة قياسات الزوايا الداخلة للشكل الرباعى =......	١٢٠°
٢) - قياس كل زاوية من زوايا السداسى المنتظم =......	٣٦٠°
٣)- صورة النقطة (٣،٢) بالانتقال (١ ، -٢) هى النقطة	(-١ ، -٣)
٤)-صورة النقطة (١،٣) بالدوران حول نقطة الأصل وزاوية قياسها ١٨٠° هى النقطة...	٤٥
٥)- قطر المربع تقسيم زاوية الرأس إلى زاويتين قياس كل منهما=...°	(٤ ، ٠)

٥) أوجد قيمة س فى كل مما يلى

شكل ١



شكل ٢



مطابع هاي ستاندرد

المقاس	عدد الصفحات بالغلاف	ورق المتن	ورق الغلاف	طباعة المتن	طباعة الغلاف	التجليد	رقم الكتاب
$\frac{1}{8}$ (٨٢ x ٥٧)	١٣٢	٧٠ جرام	١٨٠ جرام	٤ لون	٤ لون	بشر	٢٠٩/١٠/٢/٢٢/١/٣٤